超新星爆発と核物理・ニュートリノ:
３次元ニュートリノ輻射輸送計算コードの開発

沼津高専・住吉光介
京都大・中里健一郎
早稲田大・山田章一
東京理科大・鈴木英之
(協力:KEK・松古栄夫)

超新星爆発メカニズム解明へ連携研究

- クォーク原子核物理
  - 状態方程式, ν核反応

A01, A02

- 親星の進化モデル
  - 質量, 金属量

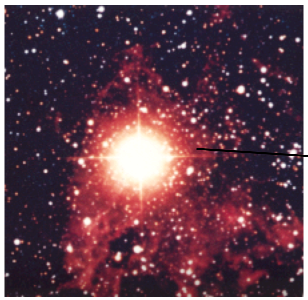
A03

- 大規模数値シミュレーション
  - ニュートリノ輻射流体, GR,... 並列計算技術

A04

A03

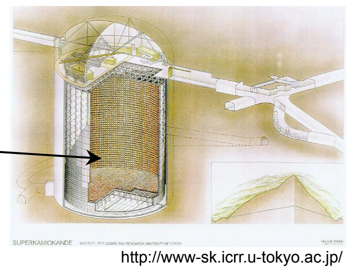
爆発・高密度天体



SN1987A

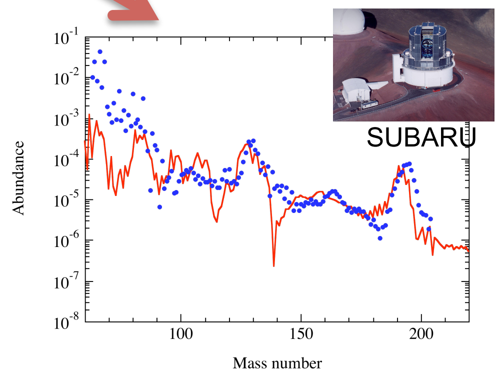
ニュートリノ

ν



Super-Kamiokande

元素合成



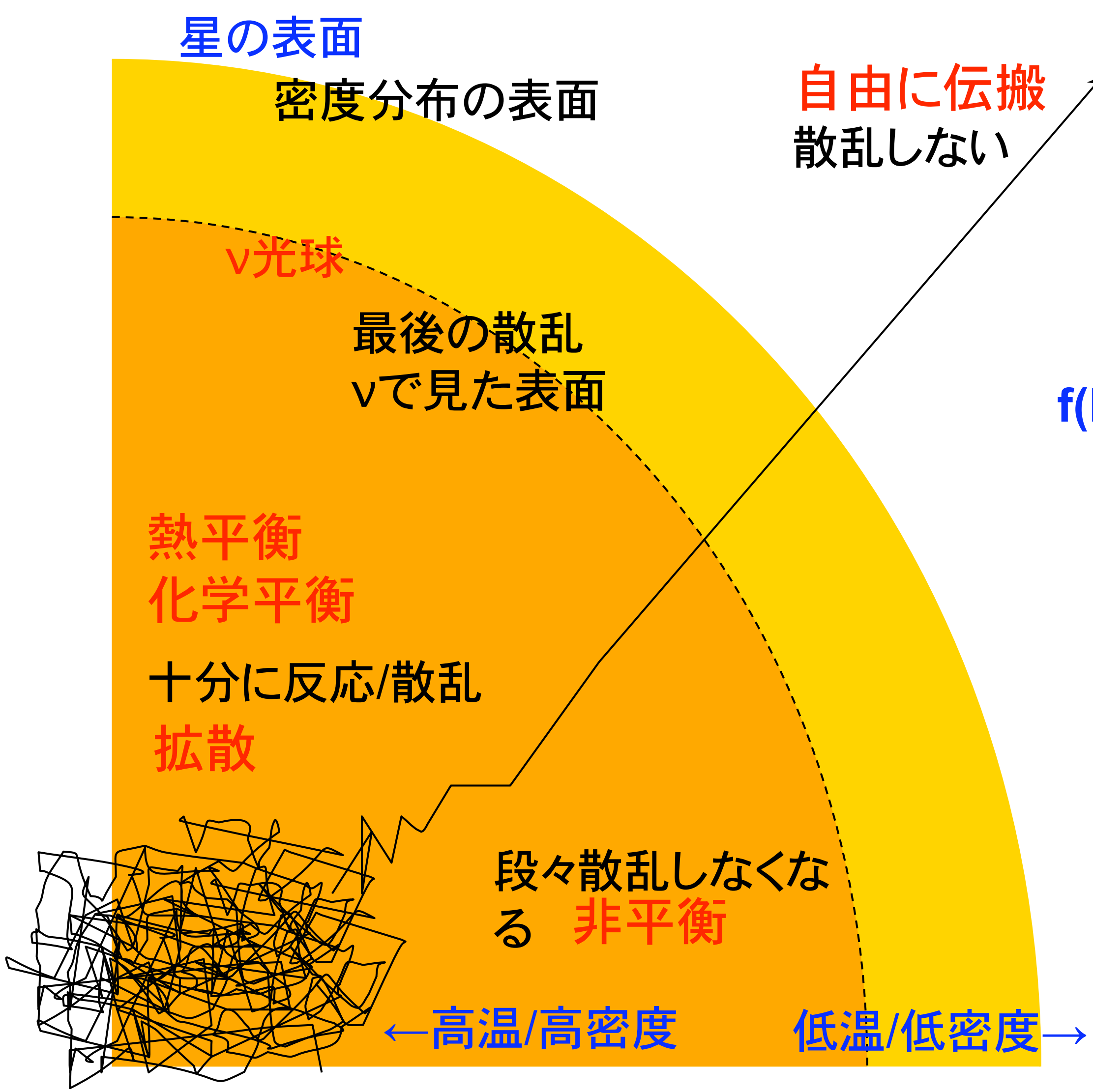
R-process

研究の方向

- 球対称：重力崩壊現象の系統的な解明
  - 第一原理計算（GR-ν輻射流体）
  - クォーク・原子核物理の影響を検証
  - ニュートリノ検出シグナルの予測
  - 大質量星で元素合成へダイナミクスの作成
- 多次元：超新星爆発メカニズムの解明
  - 3次元ニュートリノ輻射輸送計算コードの開発
  - 大規模並列計算技術・行列解法アルゴリズム
  - 3次元での重力崩壊・爆発シミュレーション

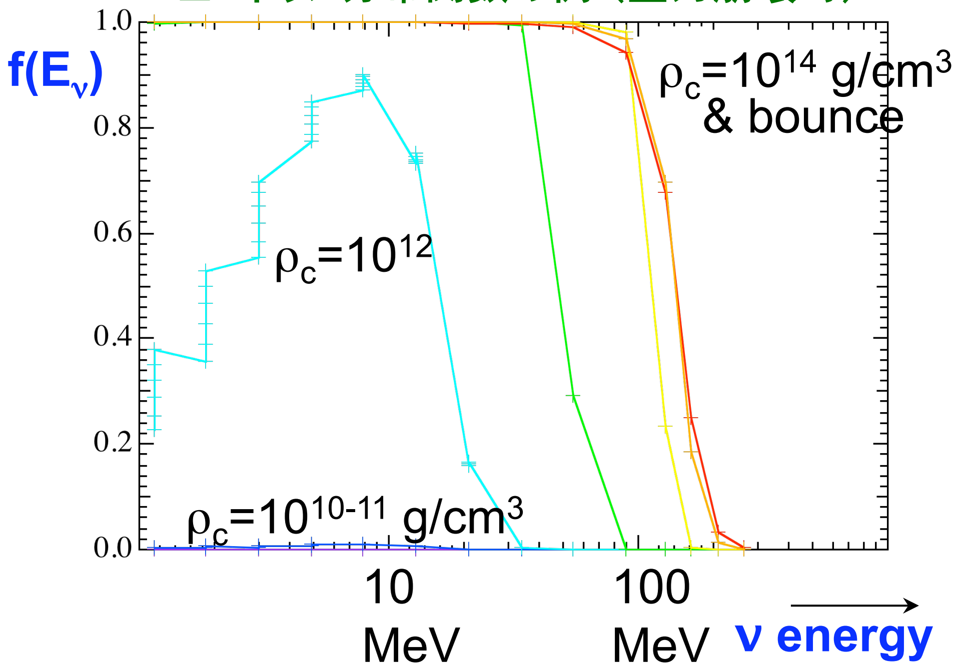
ν輻射輸送計算

- 星内部からνが出てくるまで(ν輻射輸送方程式)
  - νの空間・運動量・方向分布を追う $f(t,x,y,z,p_x,p_y,p_z)$: 6+1次元問題



- νの伝搬を追う
- ν散乱・吸収・放出反応 (電子・陽子・中性子・原子核)を追う

ニュートリノ分布関数の例（重力崩壊時）

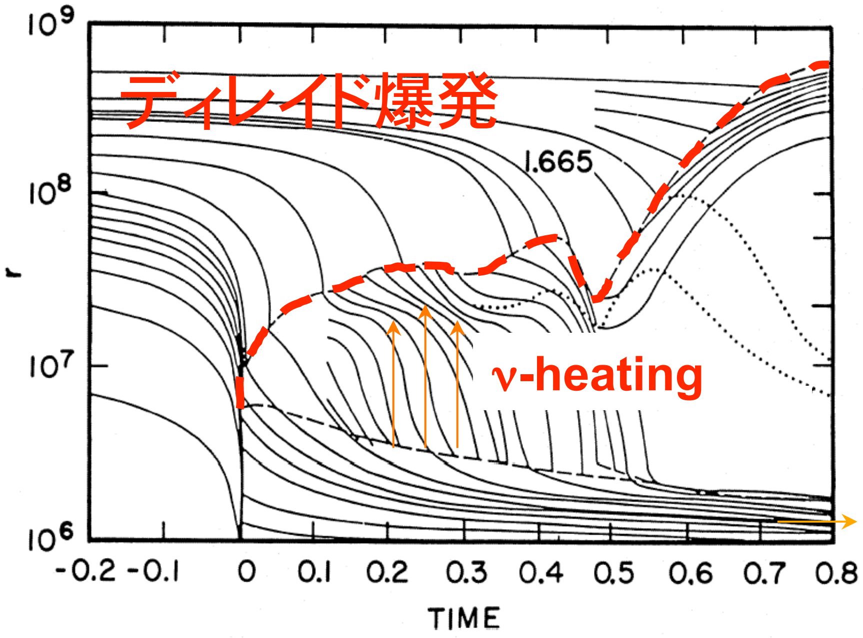


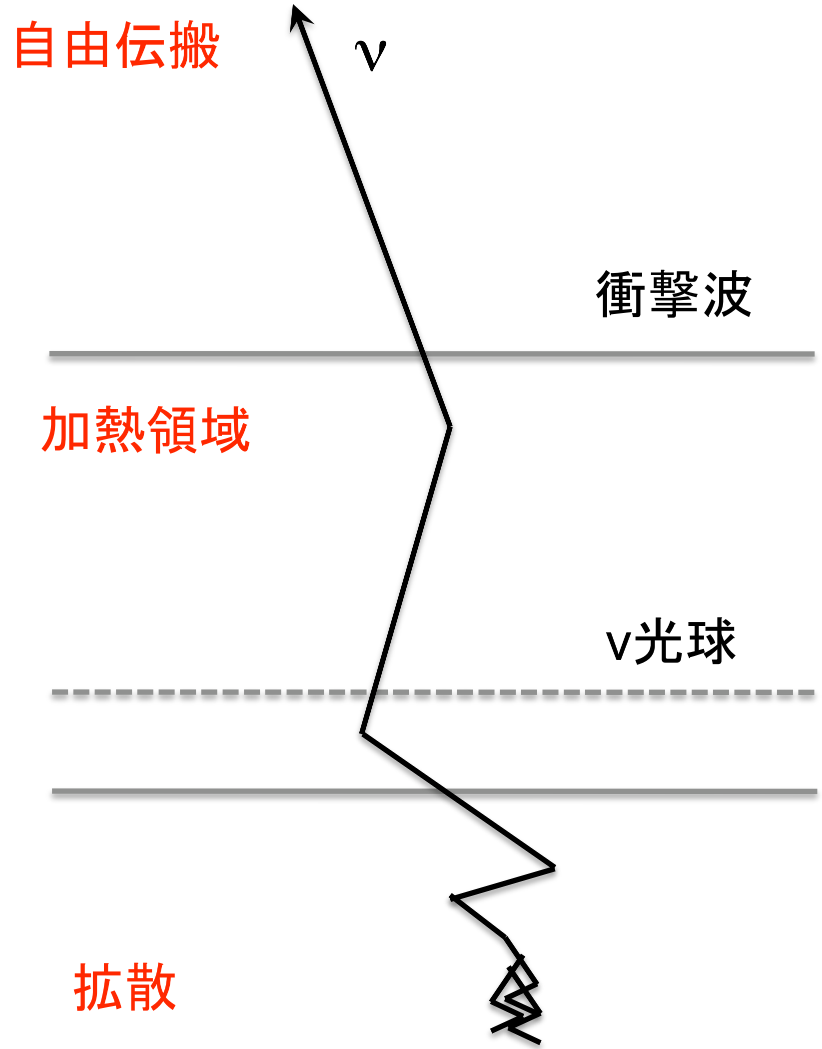
ν 加熱メカニズム: 中間領域が重要

- ν輸送 + ν反応率・EOS → ν-flux・加熱率

$$\nu_e + n \rightarrow e^- + p$$

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$$





Bethe-Wilson ApJ 295 (1985) 14

ν 加熱メカニズム：中間領域が重要

- ν輸送＋ν反応率・EOS → ν-flux・加熱率

ニュートリノ角度分布の
等方・非等方性

- 加熱率

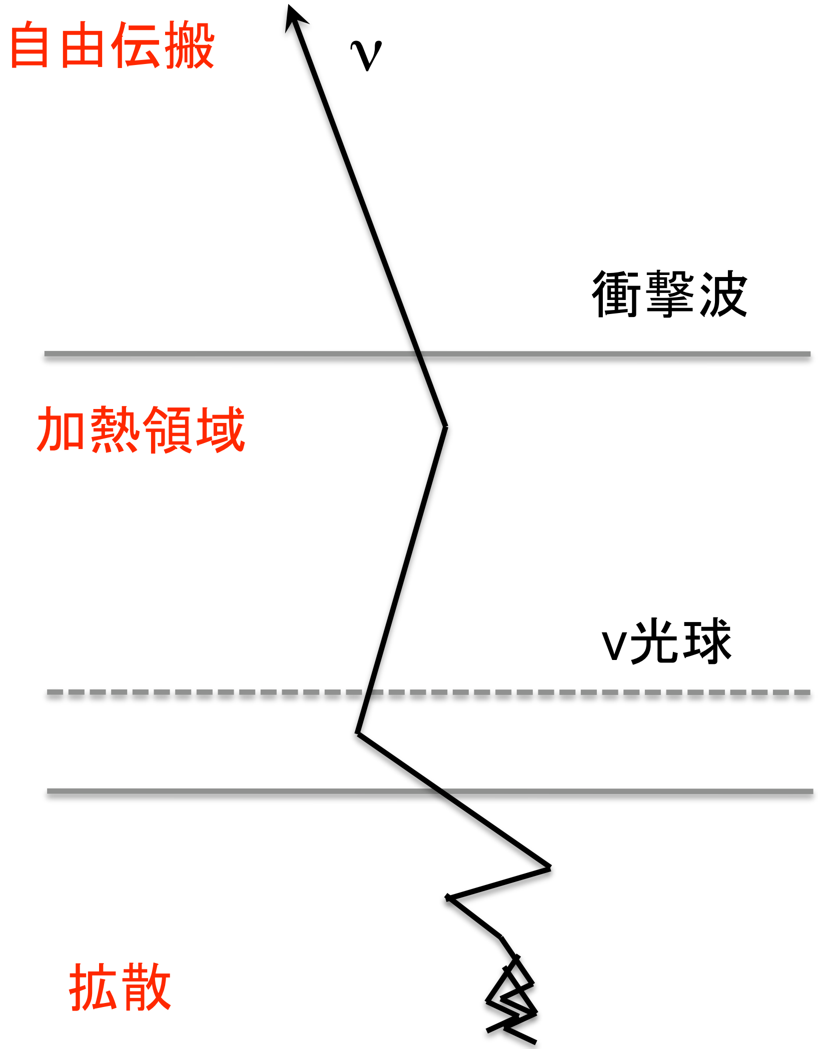
$$Q_\nu^i \approx 110 \frac{MeV}{s \cdot N} \left(\frac{L_\nu E_\nu^2}{R_7^2 < \mu >} X_i \right)$$

Flux factor $< \mu > = < \cos\theta_\nu > = 0 \sim 1$

- ν圧力-エネルギー

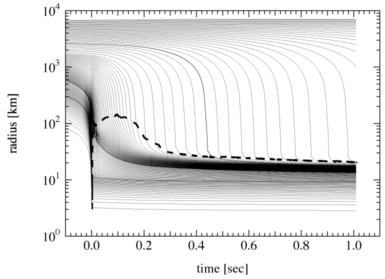
$$p_\nu = f \varepsilon_\nu$$

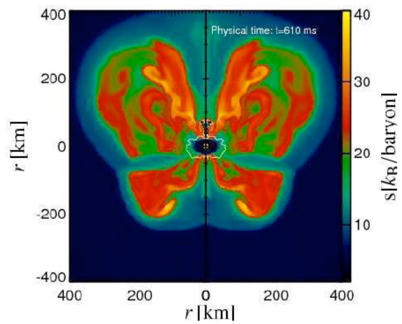
Eddington factor $f = < \cos^2\theta_\nu > = \frac{1}{3} \sim 1$



ニュートリノ輻射輸送：現在の状況

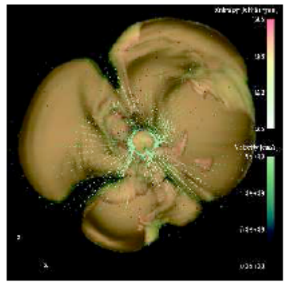
- 1D: 第一原理計算
  - GR neutrino-radiation hydrodynamics
  - Microphysicsの検証、系統的な研究
    - Liebendoerfer, Sumiyoshi-Yamada-Nakazato





- 2D: 近似的な計算法
  - Flux limited diffusion / Ray-by-Ray method
    - Burrows, Marek-Janka, Suwa-Kotake

Ott (S_n)



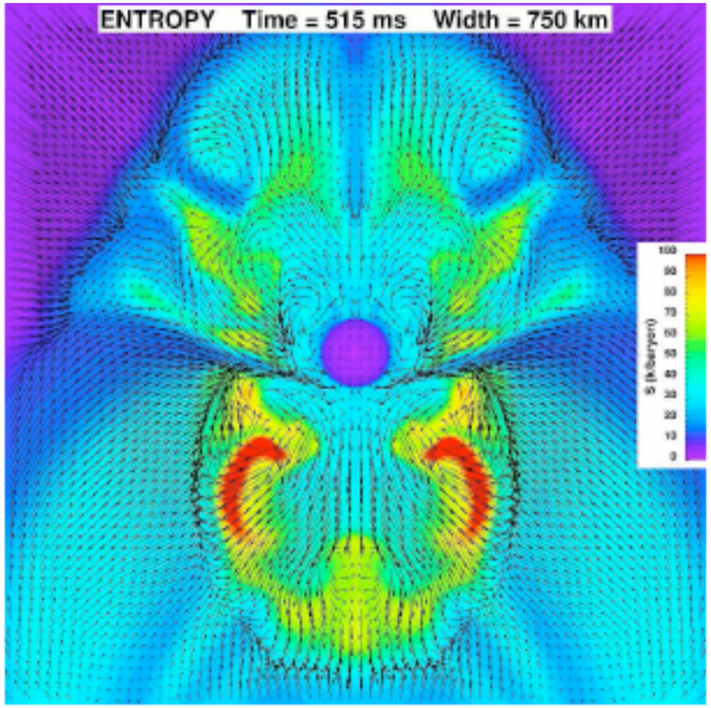
- 3D: 簡単な扱い
  - Light bulb, neutrino-heating, Ray-tracing method
    - Blonding-Mezzacappa, Iwakami-Ohnishi-Kotake

爆発の2例: 互いに異なるメカニズム

Explosions after ~500ms

Acoustic Powered

Burrows et al. ApJ 640 (2006) 878

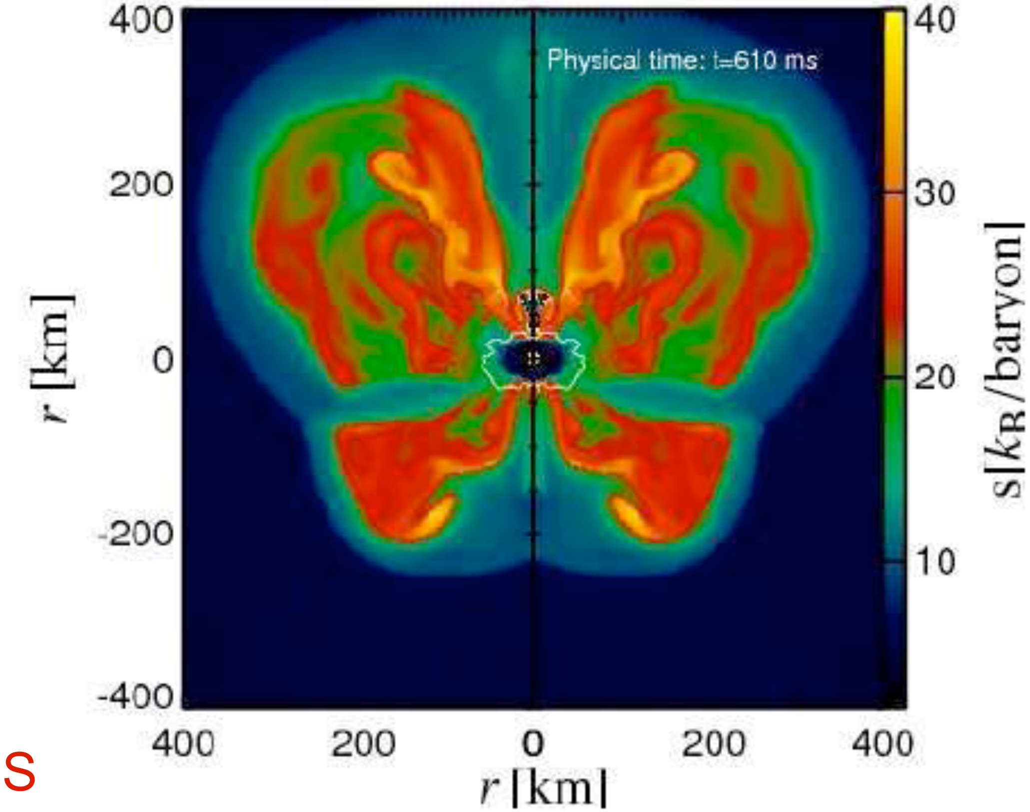


11M_{solar} without rotation Shen-EOS

Flux-limited diffusion method

SASI + Neutrino-heating

Marek-Janka, ApJ 694 (2009) 664



15M_{solar} with rotation LS-EOS

Ray-by-ray method

Not settled yet:異なる計算法, ミクロ物理, 近似ν輻射+流体計算

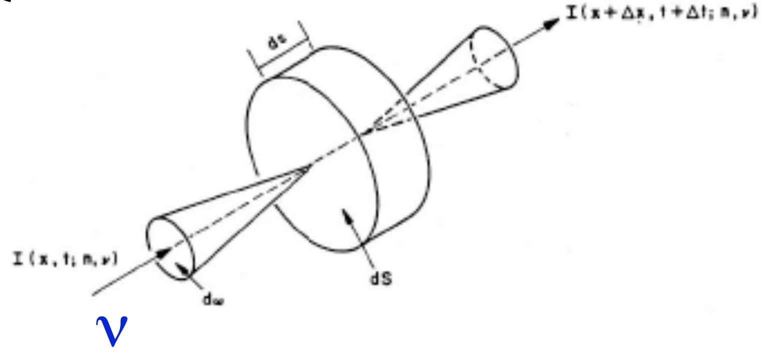
3次元での超新星爆発計算へ

- 2次元流体＋ニュートリノ輸送
  – 系統的な探索：初期モデル・核物理依存性
- 最終的な答えには3次元輻射流体計算
  – 爆発メカニズムの本質は3次元？
  – 2次元で爆発しても確認は必要
- 3次元ニュートリノ輻射輸送計算
  – 球対称／2次元／近似法との違いを明らかに
    - 爆発への影響（ニュートリノ加熱など）
  – 流体と組み合わせ：重力崩壊・爆発・中性子星

３次元輻射輸送計算

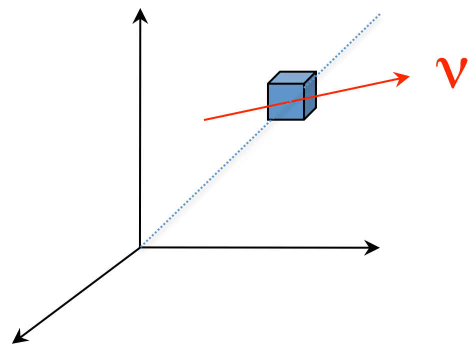
- ６次元ニュートリノ分布の時間発展

$$\frac{1}{c}\frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \vec{n}\cdot\vec{\nabla} f_\nu = \frac{1}{c}\left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t}\right)_{collision}$$



  - 左辺:ニュートリノ数の変動
  - 右辺:ニュートリノ反応による変動(衝突項)

$$f_\nu(r,\theta,\phi;\ \varepsilon_\nu,\theta_\nu,\phi_\nu;\ t)$$



  - 空間3次元(r, θ, φ)
  - ニュートリノエネルギー1変数(ε_ν)
  - ニュートリノ角度2変数(θ_ν, ϕ_ν)

Boltzmann eq. in spherical coordinate

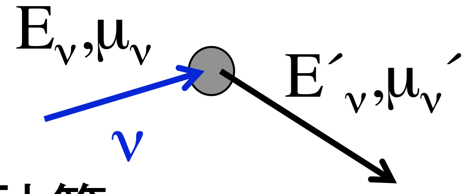
$$\frac{1}{c}\frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \frac{\mu_\nu}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 f_\nu) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}\cos\phi_\nu}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta f_\nu) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}\sin\phi_\nu}{r\sin\theta}\frac{\partial f_\nu}{\partial\phi}$$

$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\mu_\nu}[(1-\mu_\nu^2)f_\nu] + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2}\cos\theta}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi_\nu}(\sin\phi_\nu f_\nu) = \frac{1}{c}\left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t}\right)_{collision}$$

– 保存形:差分化して解く

– 陰解法:安定性、時間ステップ、平衡解を保証

– 衝突項:全てのν吸収・放出・散乱過程



- 散乱前後のエネルギー・角度ごとに積分計算

$\mu_\nu = \cos\theta_\nu$

$$\frac{1}{c}\left(\frac{\delta f_\nu}{\delta t}\right)_{collision} = j_{emission}(1-f_\nu) - \frac{1}{\lambda_{absoption}}f_\nu + C_{scattering}[\int f_\nu(E'_\nu,\mu'_\nu)dE'_\nu]$$

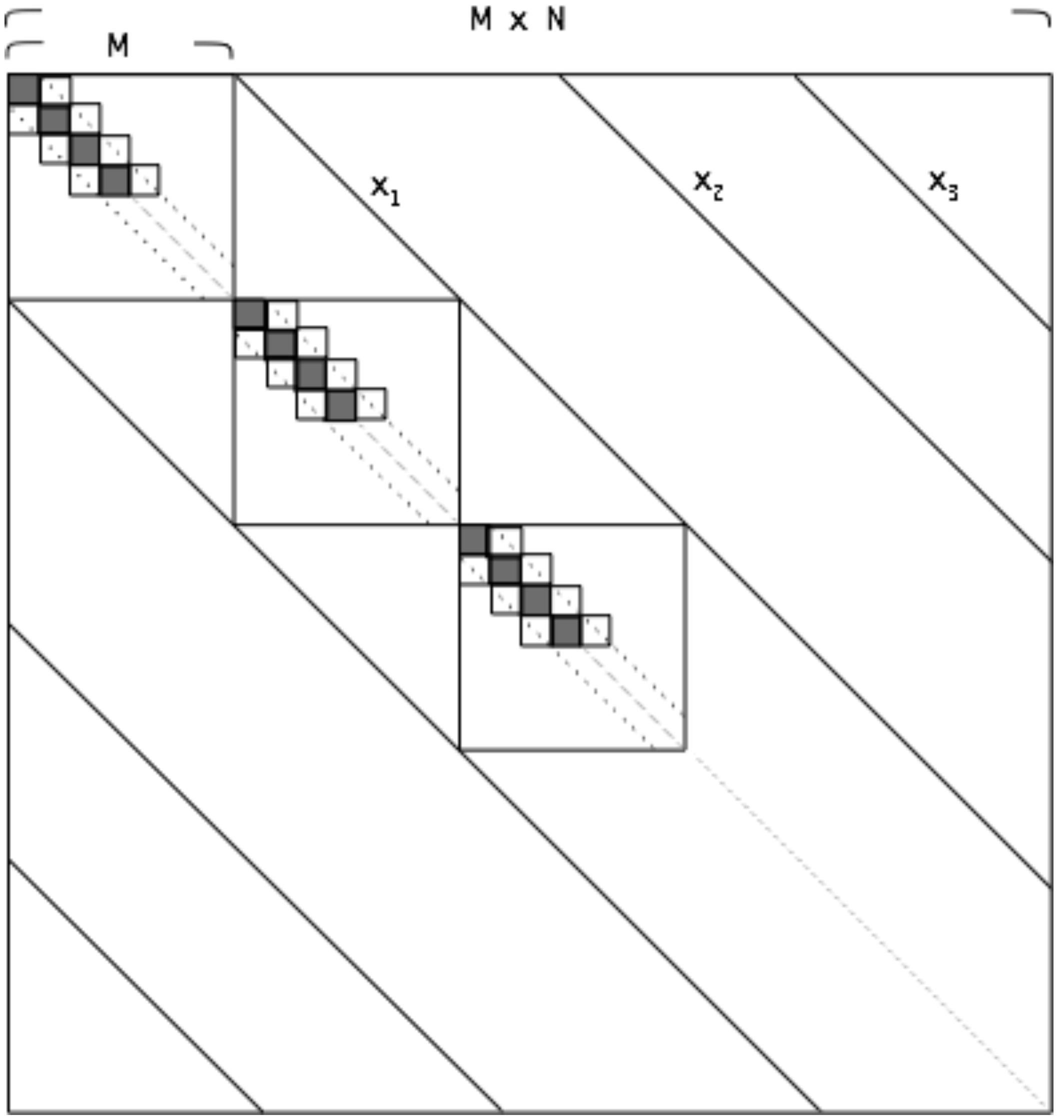
ニュートリノ分布に関する方程式

- 線形方程式 $A\vec{f}_\nu = \vec{d}$
- ニュートリノ分布
  - 空間変数 : r, θ, φ
  - $N_{space}=n_r \times n_\theta \times n_\phi$
  - エネルギー : ε_ν ,角度 : θ_ν, ϕ_ν
  - $N_\nu=n_\varepsilon \times n_{\theta\nu} \times n_{\phi\nu}$

- 非線形の場合はさらにニュートン法
  Pair-processなど

$$\vec{f}_\nu = \begin{pmatrix} f(\varepsilon_1,\theta_{\nu_1},\phi_{\nu_1}) \\ f(\varepsilon_1,\theta_{\nu_1},\phi_{\nu_2}) \\ f(\varepsilon_1,\theta_{\nu_1},\phi_{\nu_3}) \\ f(\varepsilon_1,\theta_{\nu_2},\phi_{\nu_1}) \\ f(\varepsilon_1,\theta_{\nu_2},\phi_{\nu_2}) \\ f(\varepsilon_1,\theta_{\nu_2},\phi_{\nu_3}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f(\varepsilon_2,\theta_{\nu_1},\phi_{\nu_1}) \\ f(\varepsilon_2,\theta_{\nu_1},\phi_{\nu_2}) \\ f(\varepsilon_2,\theta_{\nu_1},\phi_{\nu_3}) \\ f(\varepsilon_2,\theta_{\nu_2},\phi_{\nu_1}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

大規模行列の解法:出現する行列パターン



- N: 空間メッシュ数
- M: v空間メッシュ数

- MxMの中行列
  - 究極の計算では密行列
  - グレイの小行列は密行列
    - 散乱による角度変更
    - 対角に並ぶ
  - 対角上下の小行列
    - ローレンツ変換で
エネルギーのシフト

- 空間差分による線
  - x_1, x_2, x_3方向

計算規模：ベクトルサイズ $\vec{f}_\nu$

- 空間変数：r, θ, ϕ
  - N=n_r x n_θ x n_ϕ=300x50x100=1.5 Mpoints
- エネルギー・角度：ε_ν, θ_ν, ϕ_ν
  - M=n_ε x $n_{\theta\nu}$ x $n_{\phi\nu}$=15x12x12=2160 grids
- ニュートリノ種類: (ν_e, $\bar{\nu}_e$, $\nu_{\mu/\tau}$, $\bar{\nu}_{\mu/\tau}$)
  - N_f=4

- ニュートリノ分布の保存: ~100GB / 1step
  - ストレージ、可視化の問題

計算規模：行列サイズ・演算

- 大規模行列のサイズ
  - 角度部分のみ小密行列
  - $(12\text{x}12)^2$ at 15x1.5Mpoints = 3.7 TB
- 反復法による線形方程式解法
  - 前処理として小密行列直接解法
  - $(12\text{x}12)^3$ at 15x1.5Mpoints = 67 Tera-operations
- 少なくとも ~100Tflops は必要
  - フル計算：エネルギー部分も密と考えると

    $(12\text{x}12\text{x}15)^3$ at 1.5Mpoints = 15 Peta-operations
- 次世代スパコンへ: 1~10Pflops

多次元計算コードの開発状況

- 輸送＋衝突項の基本部分は出来て、テスト中。

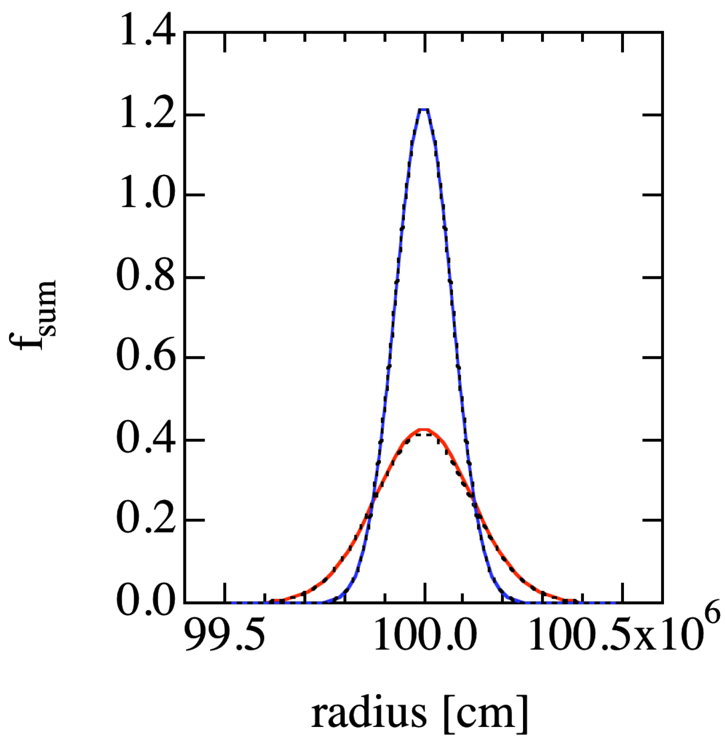
	空間2次元（軸対称） ニュートリノ3次元	空間3次元（球座標） ニュートリノ3次元
輸送項： テスト問題	Done	Working
衝突項： ニュートリノ反応組込み	Done	To be Done
衝突項： ローレンツ変換の扱い	Partly done	Planned

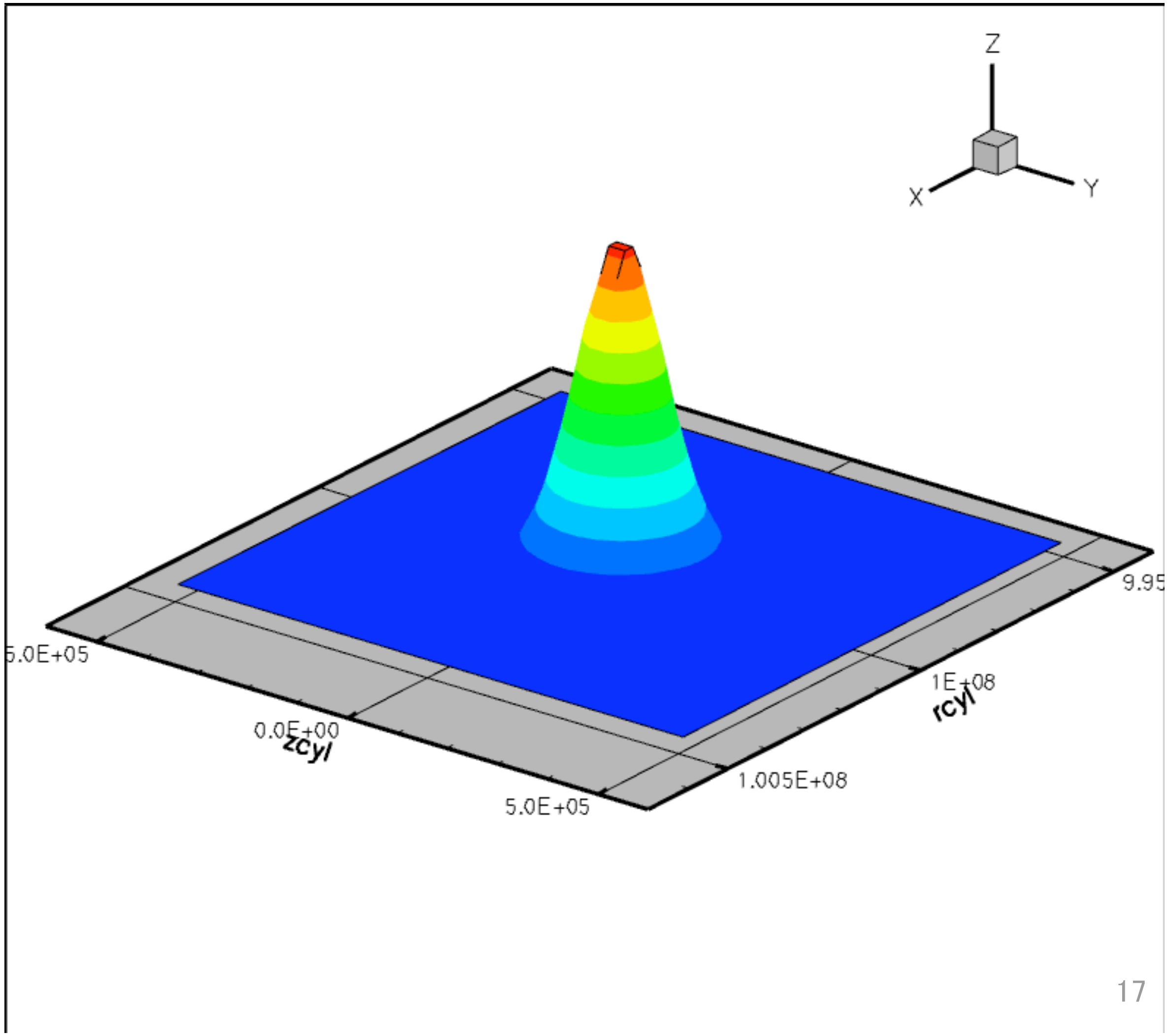
– テスト例
  - 輸送項：拡散近似や光線を記述できるか
  - 衝突項：ν反応の詳細釣り合い、球対称との比較

Test of diffusion: 2D-Gauss packet

XY=10km x10km: N_{spc}=50x48, N_{ν}=12x12x4

- Isotropic Scattering
  - Initial: Gaussian
    - λ_{mfp}=10 m



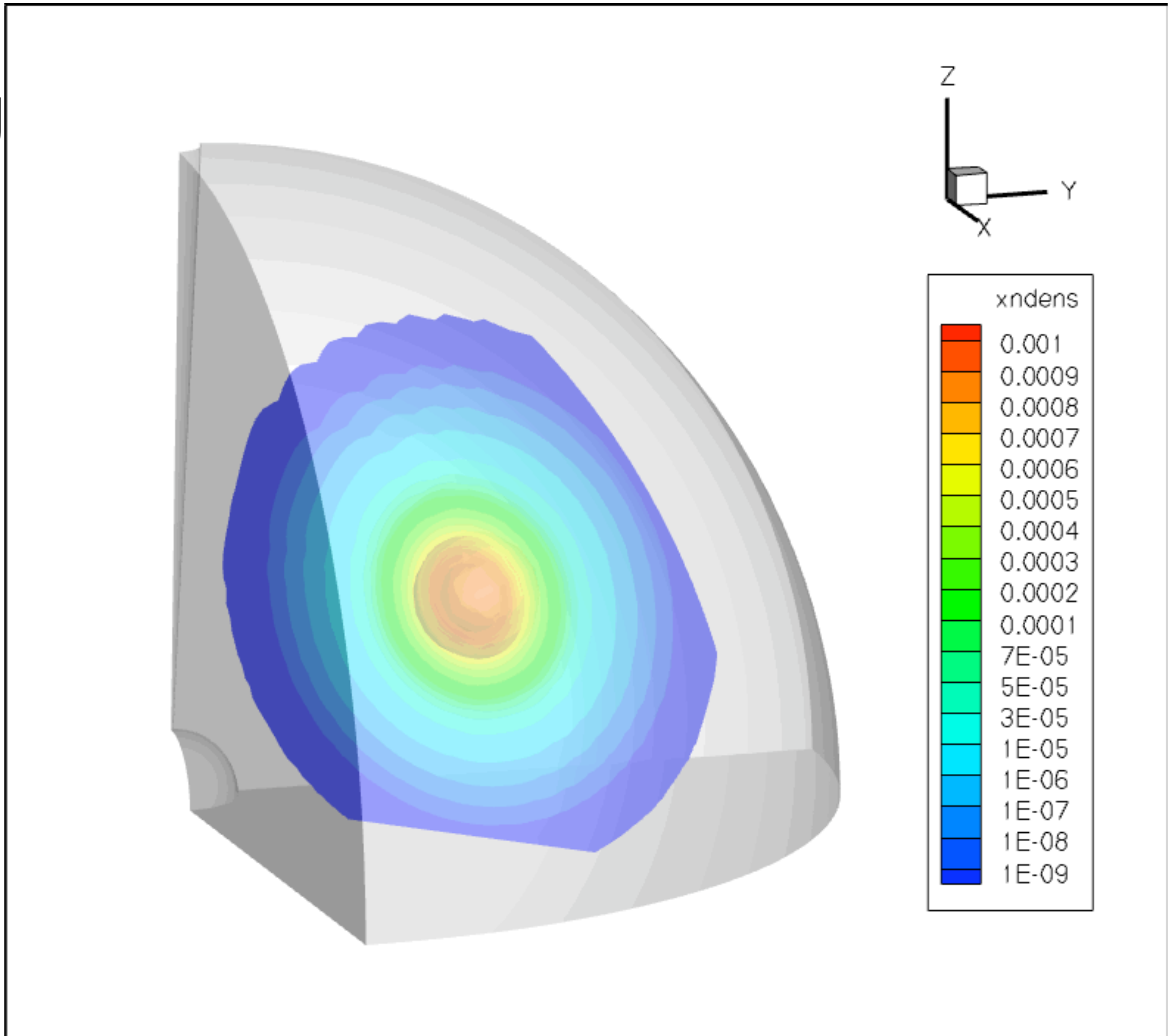


Test of diffusion: 3D-Gauss packet

R=10km: N_{spc}=50x36x36, N_ν=12x12x4

$r \quad \theta \quad \phi \qquad \theta_\nu \quad \phi_\nu \quad \varepsilon_\nu$

- Isotropic Scattering
  - Initial: Gaussian
  - Diffuse out
- Calc. data
  - $t=0\sim9\times10^{-5}$ s
    - $\Delta t=1\times10^{-8}$ s
    - 9×10^{3} steps
- Memory: 50GB
  - SX9 4cpu, 18h

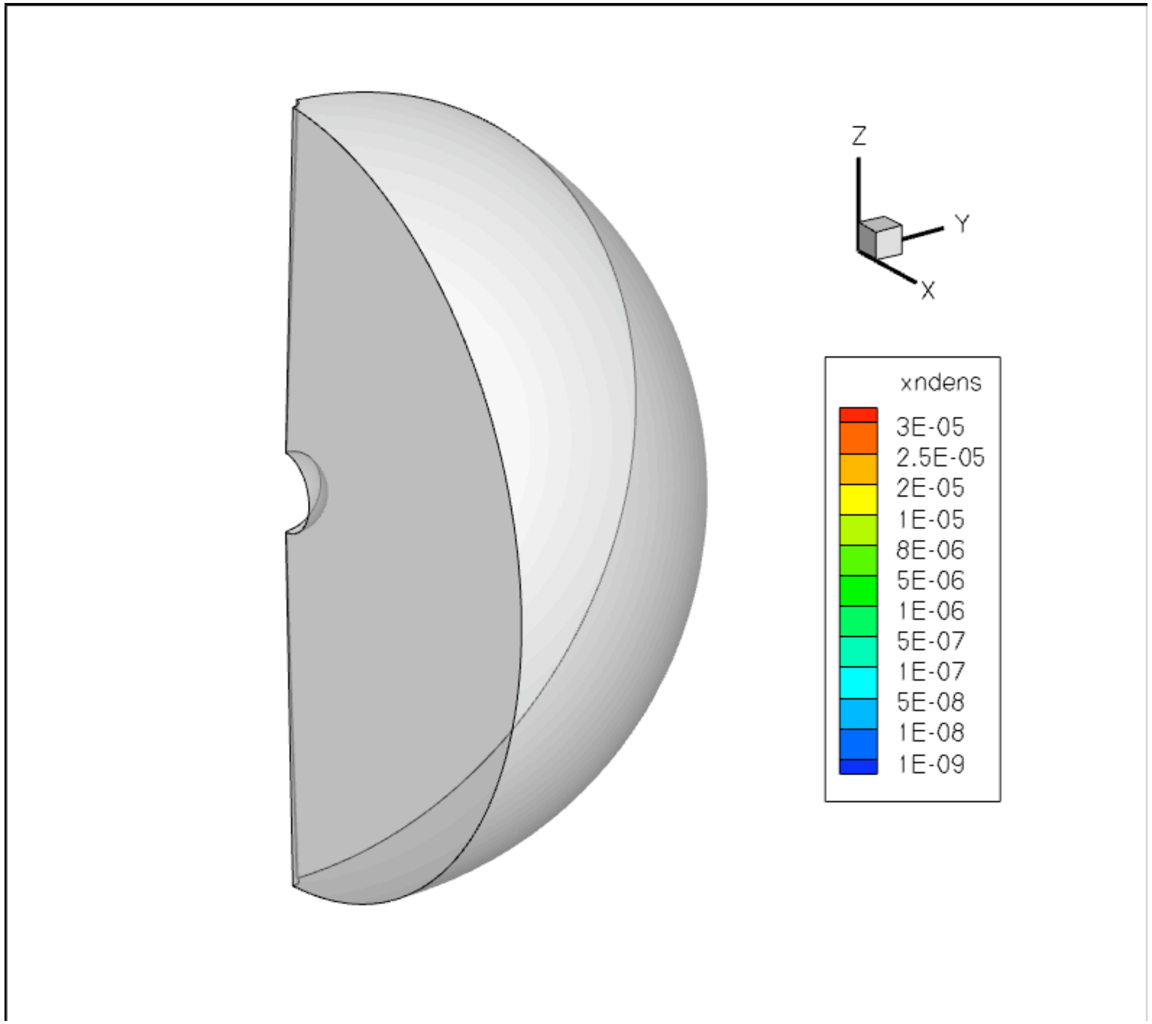


Test of free-streaming: 3D beam

R=10km: N_{spc}=50x72x36, N_ν=12x12x4

r θ ϕ θ_ν ϕ_ν ε_ν

- Neutrino beam
  - Inject from 1-point
  - Propagate freely
- Calc. data
  - $t=0\sim1\times10^{-4}$ s
    - $\Delta t=5\times10^{-8}$ s
    - 2×10^3 steps
- Memory: 100GB
  - Sx9 4cpu, 6h



基礎コード開発の見通し

- 必要なグリッド数へ、さらに
  - radial : 2-6倍, phi: 4倍, energy: 3倍
  - total : 24-72倍　　　memory: 2.4TB-7.2TB
- 並列化とチューニングが必要
  - 現在はMacPro, SX9での自動並列
    - SX9@RCNP, 1TB共有メモリ, 16cpuまで実行可能
  - コードチェックを完了後、MPIで並列化
- 行列解法のアルゴリズム(反復法)
  - 行列のパターン→アルゴリズム研究と連携へ
- 巨大データの扱い、可視化・動画作成

超新星でのニュートリノ反応

輻射輸送の衝突項：ν個数・エネルギー変化→物質の加熱冷却

反応率はエネルギー・角度依存

- 放出/吸収:

$e^- + p \leftrightarrow \nu_e + n$ $\qquad$ $e^- + A \leftrightarrow \nu_e + A'$

$e^+ + n \leftrightarrow \bar{\nu}_e + p$

- 散乱:

$\nu_i + N \leftrightarrow \nu_i + N$ $\qquad$ $\nu_i + A \leftrightarrow \nu_i + A$

$\nu_i + e \leftrightarrow \nu_i + e$

- 対生成・消滅:

$e^- + e^+ \leftrightarrow \nu_i + \bar{\nu}_i$ $\qquad$ $\gamma^* \leftrightarrow \bar{\nu}_i + \nu_i$

$N + N \leftrightarrow N + N + \nu_i + \bar{\nu}_i$ $\qquad$ $i = e, \mu, \tau$

ニュートリノ核反応データの整備も必要：Bruenn ‘89, Reddy

計算コードに組込み済のニュートリノ反応

重力崩壊時に重要な反応群 (ν_e)

- 放出/吸収:

  $e^- + p \leftrightarrow \nu_e + n$　　$e^- + A \leftrightarrow \nu_e + A'$

- 散乱:

  $\nu_e + n \leftrightarrow \nu_e + n$　　$\nu_e + A \leftrightarrow \nu_e + A$

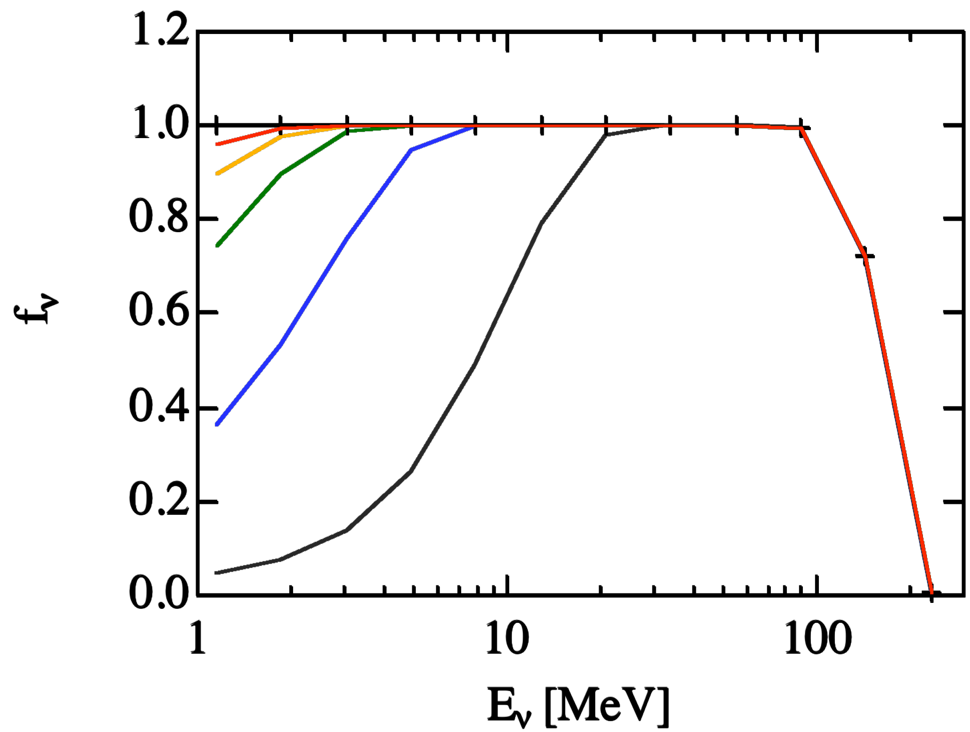
  $\nu_e + p \leftrightarrow \nu_e + p$

  - 球対称計算と比較してチェック
  - 対生成消滅、反ニュートリノの反応を加える予定

- ここ数年の計算資源で扱うための処方:
  - エネルギーが変化する反応は扱わない(電子散乱)
  - 線形方程式の範囲で取り入れる(対生成・消滅)
  - ローレンツ変換の効果は取り入れる

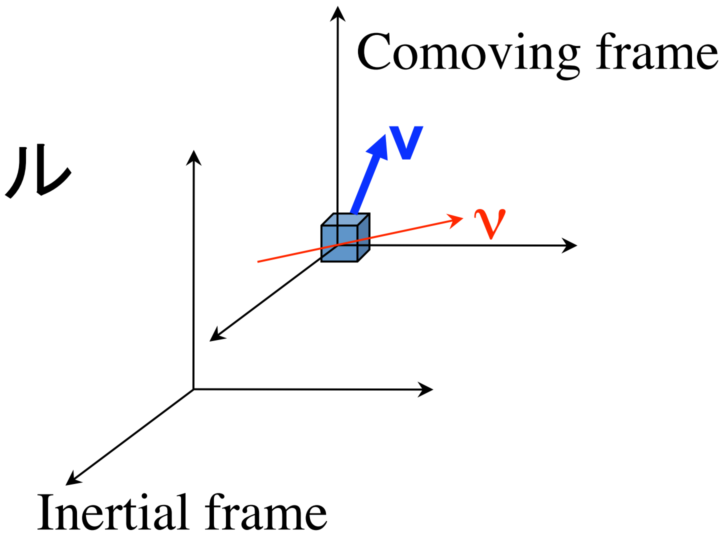
Test of ν-reaction: toward equilibrium

- Neutrino reaction
  - $e^- + p \leftrightarrows \nu_e + n$
- Calc. Data
  - Start from $f=10^{-3}$
  - $\Delta t=5\times10^{-8}$ s
  - 1.4×10^{4} steps



Approaching Fermi-Dirac distribution
T=13.4 MeV, μ_ν=158 MeV

衝突項とローレンツ変換



- 慣性系での方程式の形はシンプル

$$\frac{1}{c}\frac{\partial f^{in}}{\partial t} + \boldsymbol{n}^{in} \cdot \nabla f^{in} = \frac{1}{c}\frac{\delta f^{in}}{\delta t}$$

$$f^{in}(r, \theta, \phi, t; \varepsilon^{in}, \boldsymbol{n}^{in})$$

- 衝突項は流体素片に載った系で計算したい

$$f^{co}(r, \theta, \phi, t; \varepsilon^{co}, \boldsymbol{n}^{co}) \qquad \frac{1}{c}\frac{\delta f^{co}}{\delta t}$$

  – 反応率の等方性を利用できる

- 相対論:各点でローレンツ変換が必要
  – ドップラー効果、光行差(エネルギー・角度分布が変わる)
    放出吸収反応(テスト中)、散乱反応(定式化)
    →エネルギーシフトにより、三重ブロック対角行列へ

3D計算のステップ

- 流体計算と組み合わせ、重力崩壊計算へ
  - 必要なニュートリノ反応を絞る
  - 流体コード、結合の方法
- ２D，３D流体計算のプロファイルでのテスト
  - ニュートリノフラックス、加熱率の計算
  - 拡散近似、ray-by-ray近似との比較
- ローレンツ変換無しでできる計算
  - 軸対称原始中性子星の準静的冷却
- ローレンツ変換の組み込み
  - １Dプロファイルでのテスト・比較

まとめ

- 3次元ニュートリノ輻射輸送計算コード
  - ボルツマン方程式を陰解法で解く
    - 拡散から自由伝搬まで扱える
    - 移流項、衝突項、ニュートリノ反応のテスト
- 今後の計画（要議論）
  - 静的な状況でのニュートリノ輻射輸送
    - 近似法、ニュートリノ加熱の評価、原始中性子星冷却
  - 流体計算と統合
    - 3D計算のスナップショット、重力崩壊のテスト
- 世界初の3次元重力崩壊・爆発計算へ
  - 超並列計算、行列解法アルゴリズム