

現実的核力に基づく 核物質状態方程式計算 超新星爆発シミュレーションへの 適用を目指して

早稲田大学理工学術院総合研究所
鷹野正利

共同研究者
神沢弘明(早大理工D3)
親松和浩(愛知淑徳大)
住吉光介(沼津高専)
山田章一(早大理工)

Numazu WS 2009 (3/16-3/18)

「クォーク力学・原子核構造に基づく爆発的天体現象と元素合成」

目標

現実的核力(2体核力AV18と3体核力UIX)から出発し、
多体計算(変分法)+Thomas-Fermi計算で、
核物質状態方程式(EOS)を求め、
超新星爆発等の天体シミュレーションに適用する。

新学術領域研究との関わり

- 1) 新しいEOSテーブル作成を目指す
→ 天体物理(A03)と核物理(A02)の連携
- 2) A01-A02の連携→格子QCD計算から得られた核力
→ 多体計算で核物質EOSを作る。
多体計算方法の改良+複数の多体計算(変分法+G行列計算)



中性子星構造(絶対零度核物質EOS)(A03)

SN-EOS作成手順

Shen-EOSの方法を踏襲 NPA637 (1998) 435

I. 一様核物質EOS作成 2体核力(AV18)+3体核力(UIX) クラスター変分法

- I-1. 絶対零度核物質
 - ・2体力だけのエネルギー
 - ・3体力まで含んだ全エネルギー

- I-2. 有限温度核物質: Schmidt-Pandharipande (SP)の方法

Shen-EOSの場合: RMF計算によるEOS

II. 非一様核物質EOS作成

一様核物質エネルギーを用いたThomas-Fermi近似

- II-1. 孤立した原子核の大局的性質
- II-2. 絶対零度 β 安定物質: 中性子星クラスト
- II-3. 絶対零度、有限温度に拡張

III. 核物質EOSテーブル作成

現在
この辺り

I. 一様核物質EOS計算

非相対論的核物質Hamiltonian $H = H_2 + H_3$

$$H_2 = -\sum_{i=1}^N \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + \sum_{i < j}^N V_{ij}, \quad H_3 = \sum_{i < j < k}^N V_{ijk}$$

・2体力:V14型 (AV18 pot., Isoscalar part)

$$V_{ij} = \sum_{t=0}^1 \sum_{s=0}^1 \left[\underset{\text{central}}{V_{Cts}(r_{ij})} + \underset{\text{tensor}}{V_{Tt}(r_{ij})S_{Tij}} + \underset{\text{spin-orbit}}{V_{SOt}(r_{ij})(\mathbf{s} \cdot \mathbf{L}_{ij})} \right. \\ \left. + \underset{\text{quadratic L}}{V_{qLts}(r_{ij})|\mathbf{L}_{ij}|^2} + \underset{\text{quadratic spin-orbit}}{V_{qSOt}(r_{ij})(\mathbf{s} \cdot \mathbf{L}_{ij})^2} \right] P_{tsij}$$

P_{tsij} : スピン・アイソスピン射影演算子

t : isospin, s : spin

・3体力:UIXポテンシャル(2π 交換項+斥力項)

I-1. 絶対零度核物質エネルギー計算

- H_2 の期待値: クラスター変分法で計算
- H_3 の寄与を加える → 全エネルギー

$\langle H_2 \rangle / N$ の計算

Jastrow型波動関数

$$\Psi(x_1, \dots, x_N) = \text{Sym} \left[\prod_{i < j} f_{ij} \right] \Phi_F(x_1, \dots, x_N)$$

f_{ij} : 相関関数

Φ_F : フェルミ気体の波動関数

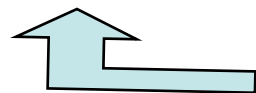
$$f_{ij} = \sum_{t=0}^1 \sum_{s=0}^1 \left[f_{Cts}(r_{ij}) + s f_{Tt}(r_{ij}) S_{Tij} + s f_{SOt}(r_{ij}) (s \cdot L_{ij}) \right] P_{tsij}$$

$f_{Cts}(r)$: 中心力型相関関数

$f_{Tt}(r)$: テンソル型相関関数

$f_{SOt}(r)$: スピン・軌道力型相関関数

t : isospin, s : spin



変分関数

(対称核物質の場合)

クラスター変分法

Hamiltonianの期待値を級数展開

$$\langle H_2 \rangle = \frac{\langle \Psi | H_2 | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = \langle H_2 \rangle_2 + \langle H_2 \rangle_3 + \dots$$

クラスター展開

$\langle H_2 \rangle_2$: 2体クラスター項 2体クラスター近似
 $\langle H_2 \rangle_3$: 3体クラスター項

↑
↓

FHNC 法

2体クラスター近似

$$\frac{E_2}{N} = \frac{\langle H_2 \rangle_2}{N} [f_{Cts}(r), f_{Tt}(r), f_{SOt}(r)]$$

*Fermi Hypernetted Chain (FHNC)法: 高次クラスター項の部分と

Akmal, Pandharipande and Ravenhall ([APR](#)), PRC **58** (1998)1804

変分計算

相関関数 $f_{Cts}(r), f_{Tt}(r), f_{SOt}(r)$ について変分

Euler-Lagrange方程式: 2階線形連立常微分方程式

付加条件

a) Mayer条件(規格化条件)

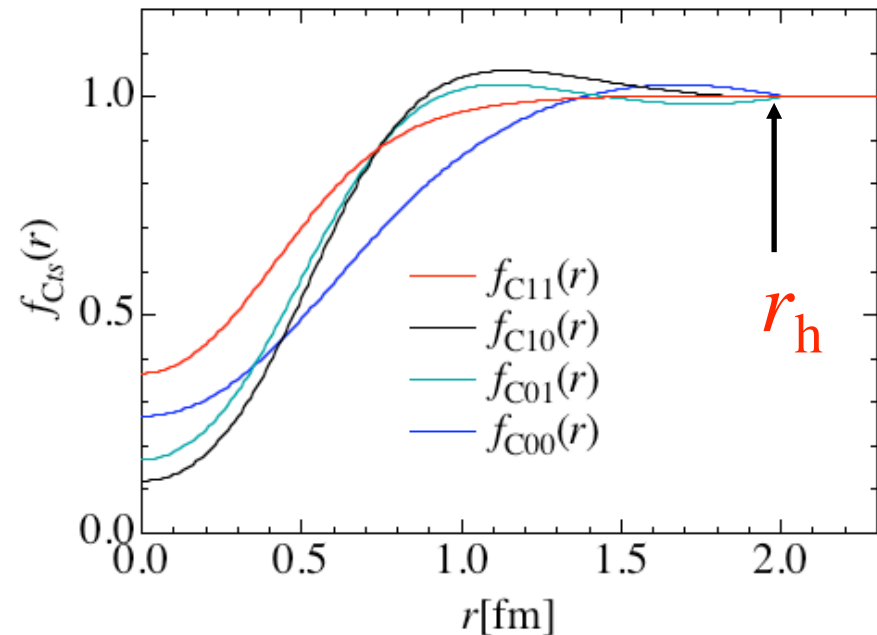
b) Healing distance条件

$r \geq r_h$ (healing distance) では
粒子間相関が無い。

$$f_{Cts}(r) = 1, f_{Tt}(r) = 0, \\ f_{SOt}(r) = 0 \quad (r > r_h)$$

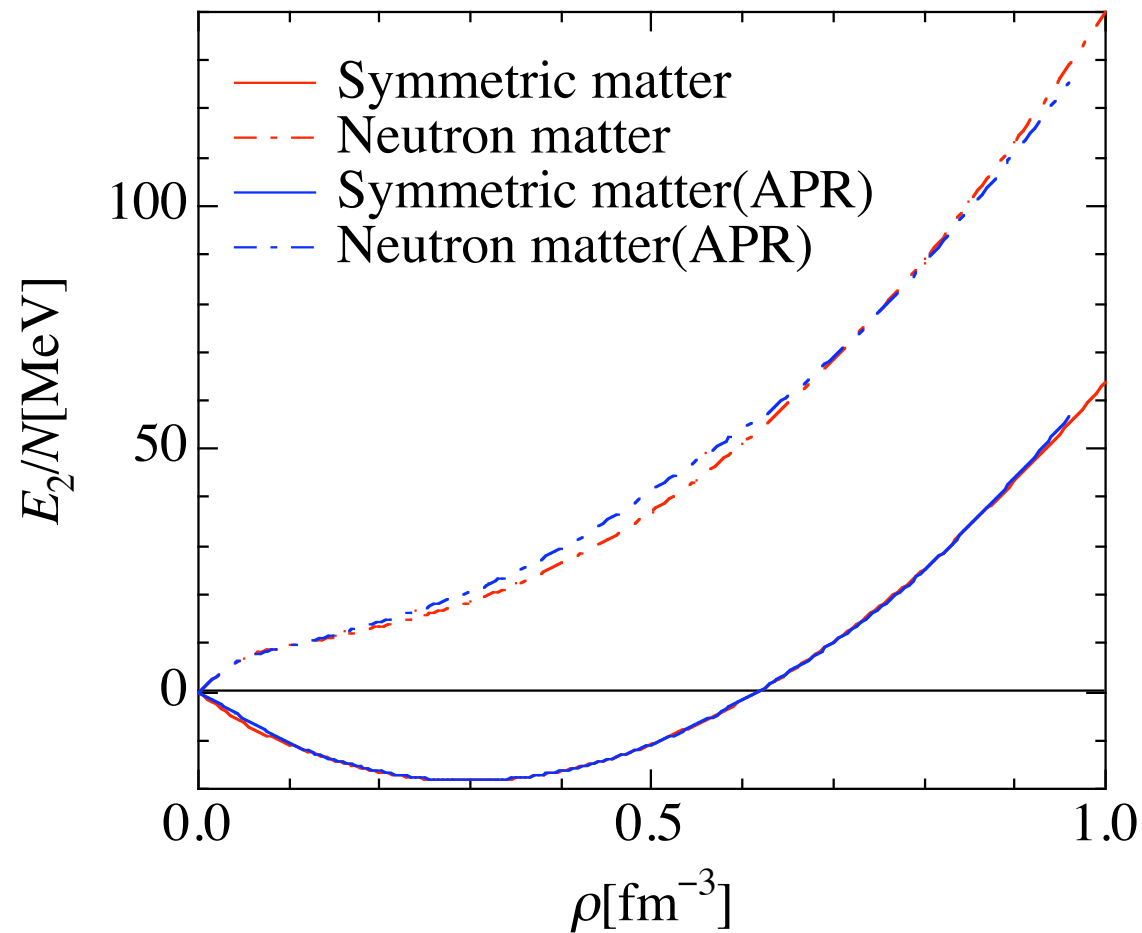
$$\boxed{r_h = a_h r_0} \quad \frac{4\pi}{3} r_0^3 = \frac{1}{\rho}$$

a_h : Adjustable parameter



計算された E_2/N が、FHNC計算結果を再現するように a_h を決定

E_2/N : 2体力までのエネルギー



Kanzawa et al.
NPA791(2007)232

$$r_h = a_h r_0$$
$$a_h = 1.76$$

2体クラスター近似+Healing distance条件



APRの結果を良く再現

3体力エネルギー期待値

UIX potential $V_{ijk} = V_{ijk}^{2\pi} + V_{ijk}^R$

$V_{ijk}^{2\pi}$: 2π 交換項 V_{ijk}^R : 斥力項

縮退したフェルミ気体の波動関数による期待値

$$\frac{E_3^{2\pi}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i < j < k}^N \langle V_{ijk}^{2\pi} \rangle_F \quad \frac{E_3^R}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i < j < k}^N \langle V_{ijk}^R \rangle_F$$

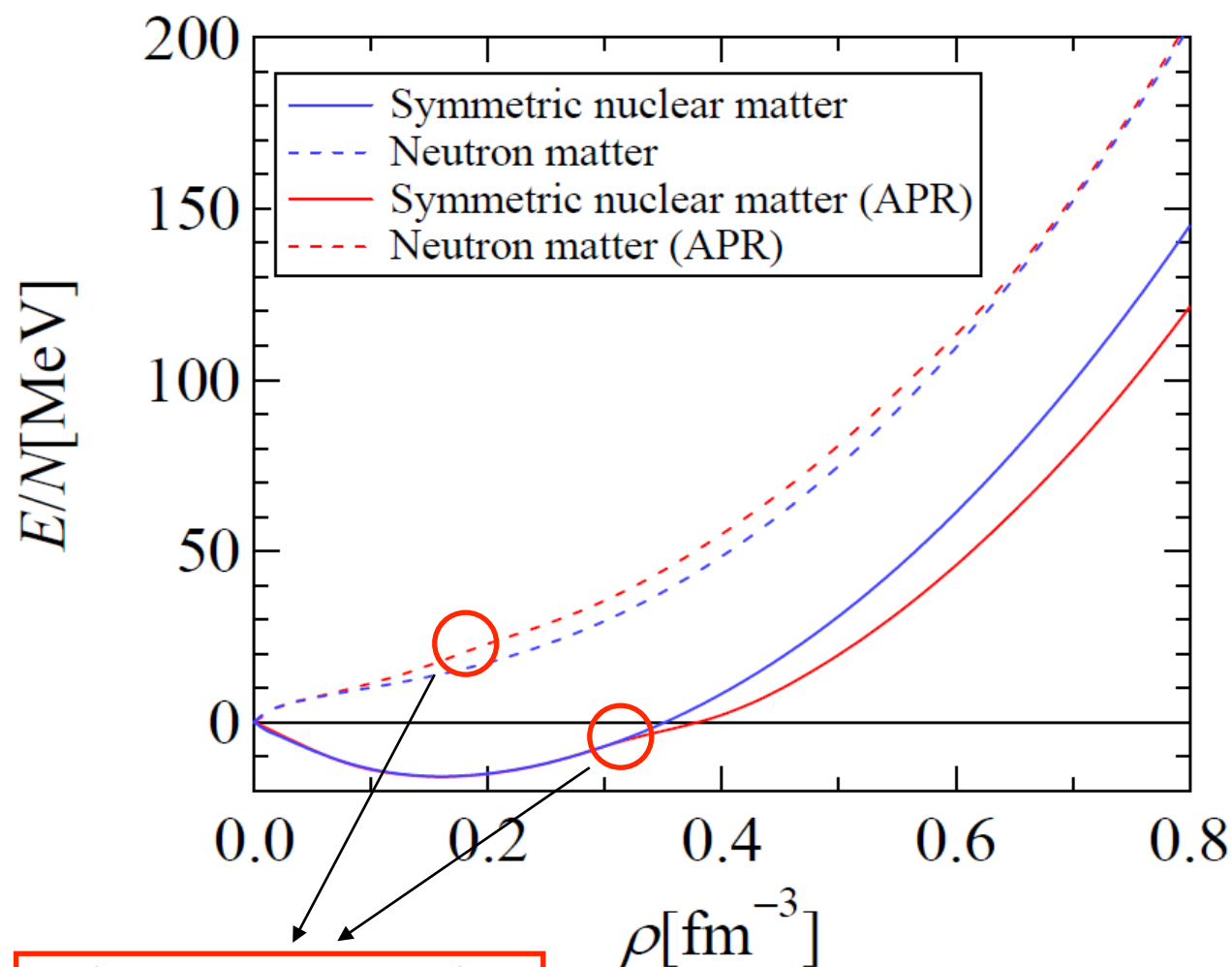
$$\frac{E_3}{N} = \alpha \frac{E_3^{2\pi}}{N} + \beta \frac{E_3^R}{N} + \gamma \rho^2 e^{-\delta \rho}$$

全エネルギー $\frac{E}{N} = \frac{E_2}{N} + \frac{E_3}{N}$ 対称核物質に対する補正項

調節 parameters : $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

核物質の経験値を再現するように決定

絶対零度核物質のエネルギー(3体力を含む)



Pion condensation

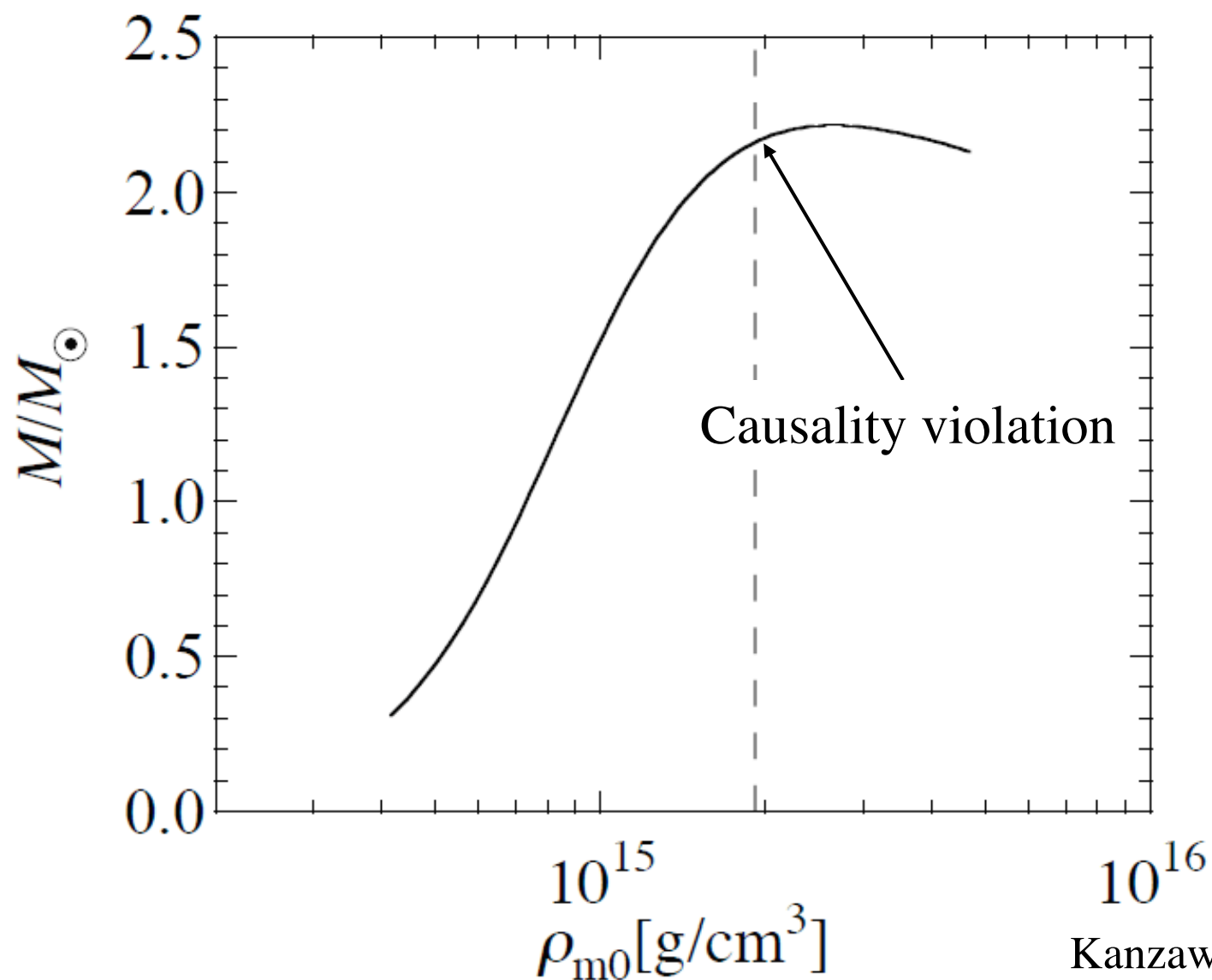
$$\begin{aligned}\rho_{\text{sat}} &= 0.16 \text{ fm}^{-3} \\ E_{\text{sat}}/N &= -15.9 \text{ MeV} \\ K &= 250 \text{ MeV} \\ E_{\text{sym}}/N &= 29.9 \text{ MeV}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.41 \\ \beta &= -0.22 \\ \gamma &= -1604 \text{ MeV fm}^6 \\ \delta &= 13.93 \text{ fm}^3\end{aligned}$$

For symmetric matter

Kanzawa et al.
NPA791(2007)232

一様核物質EOSの中性子星への適用



Kanzawa et al.
NPA791(2007)232

I-2. 有限温度核物質自由エネルギー計算

K. E. Schmidt and V. R. Pandharipande: Phys. Lett. 87B(1979) 11.

Free energy

$$\frac{F}{N} = \frac{E_{0T}}{N} - T \frac{S_0}{N}$$

E_{0T}/N : 内部エネルギー

S_0/N : エントロピー

$$\frac{E_{0T}}{N} = \frac{E_{2T}}{N} + \frac{E_3}{N}$$

E_{2T} : $\langle H_2 \rangle_2$ 有限温度期待値 (2体クラスター近似)

The Jastrow wave function at finite temperature

$$\Psi(T) = \text{Sym} \left[\prod_{i < j} f_{ij} \right] \Phi_F(n(k))$$

f_{ij} : 絶対零度と同じ

E_3/N : 絶対零度と同じ

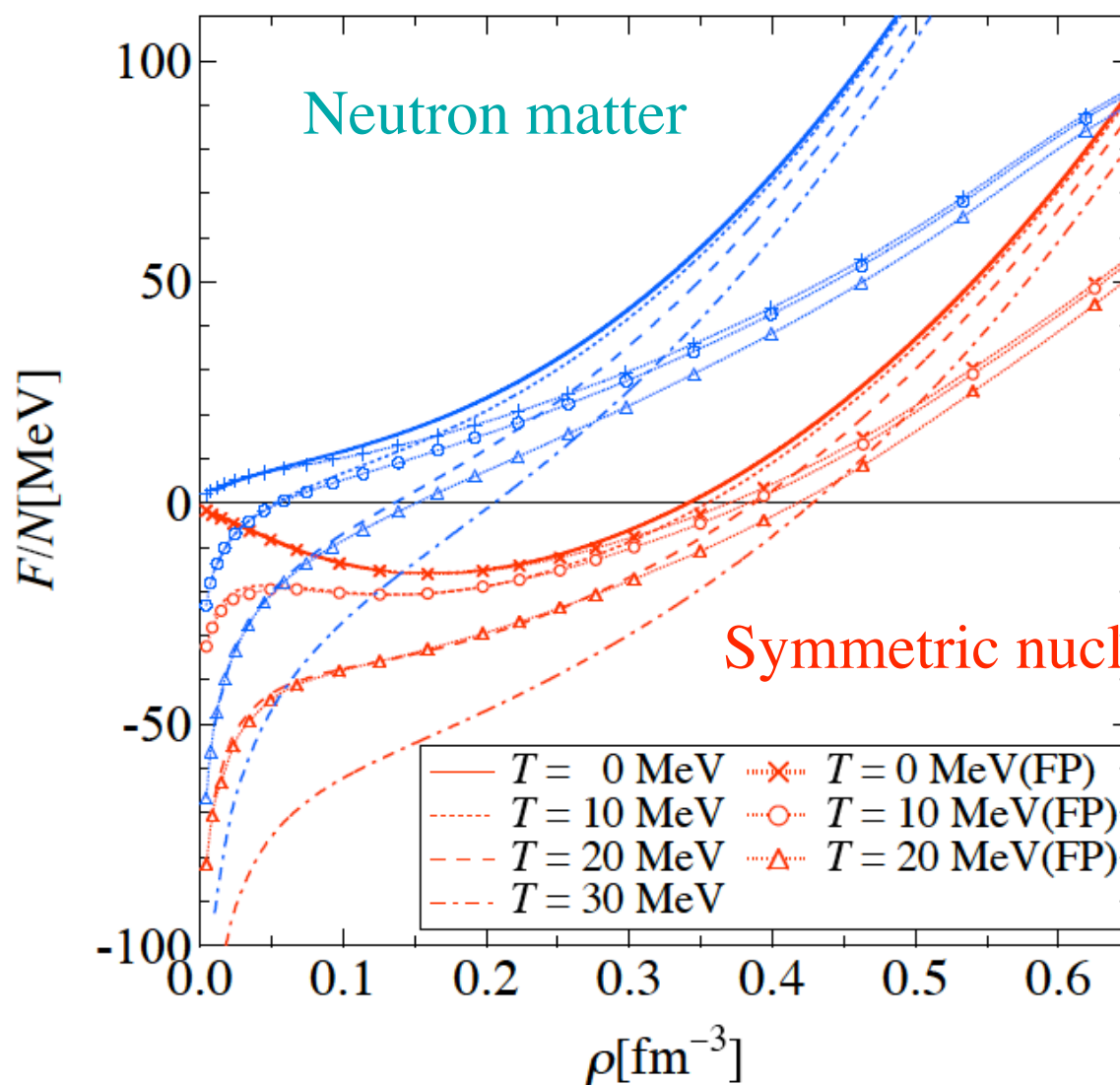
$$\frac{S_0}{N} = -\frac{k_B}{N} \sum_k \{ [1 - n(k)] \ln[1 - n(k)] + n(k) \ln[n(k)] \}$$

平均占有確率 $n(k)$

$$n(k) = \left\{ 1 + \exp \left[\frac{e(k) - \mu}{k_B T} \right] \right\}^{-1}, \quad e(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \leftarrow \text{Effective mass}$$

自由エネルギーを m^* について最小化

有限温度核物質の自由エネルギー



Kanzawa et al.
NPA791(2007)232

$T_c \sim 18 \text{ MeV}$

FP: Friedman and Pandharipande,
NPA361 (1981)502.

II. 非一様核物質EOS計算

Thomas-Fermi近似計算

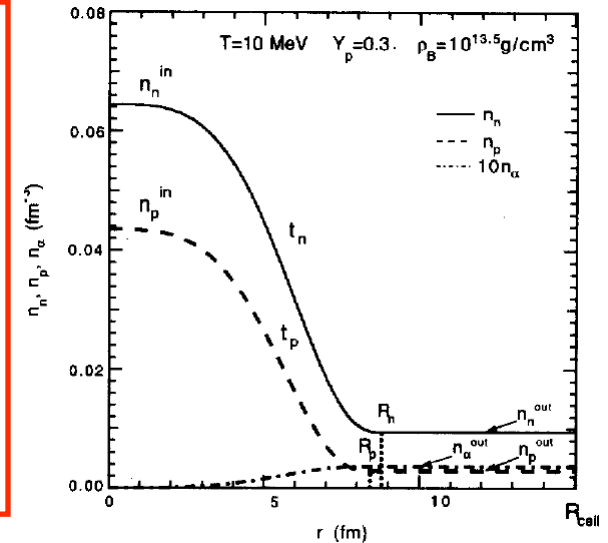
Shen-EOSの方法を踏襲

Wigner-Seitz格子内の自由エネルギーを最小化

$$F_{\text{cell}} = N m_n c^2 + Z m_p c^2 + \int f(n_n(r), n_p(r)) dr$$

自由エネルギー密度

$$+ F_0 \int |\nabla(n_n(r) + n_p(r))|^2 dr + E_{\text{Coul}}$$



核子密度分布をパラメター化

Shen et al., PTP100(1998)1013

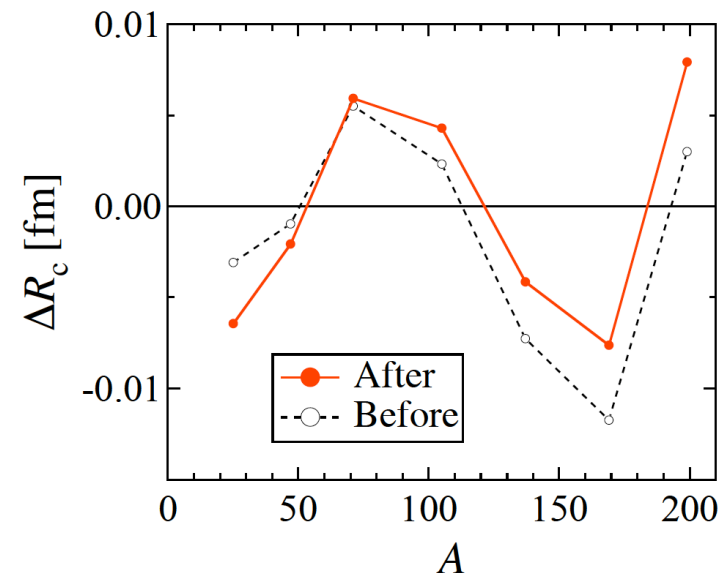
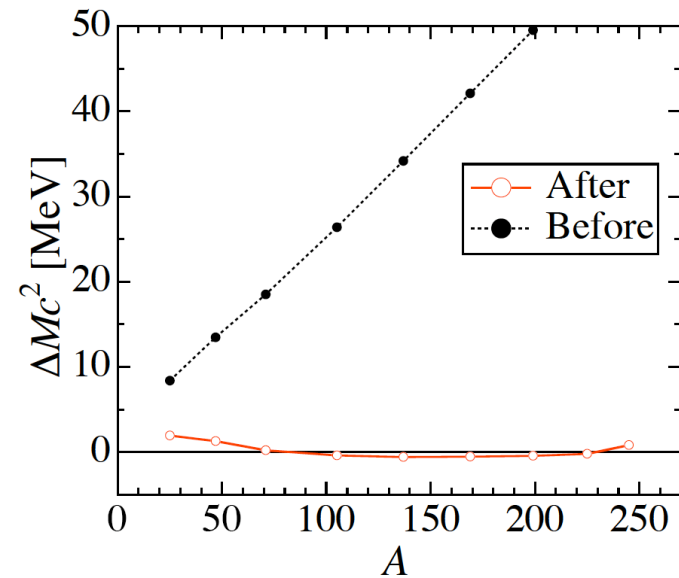
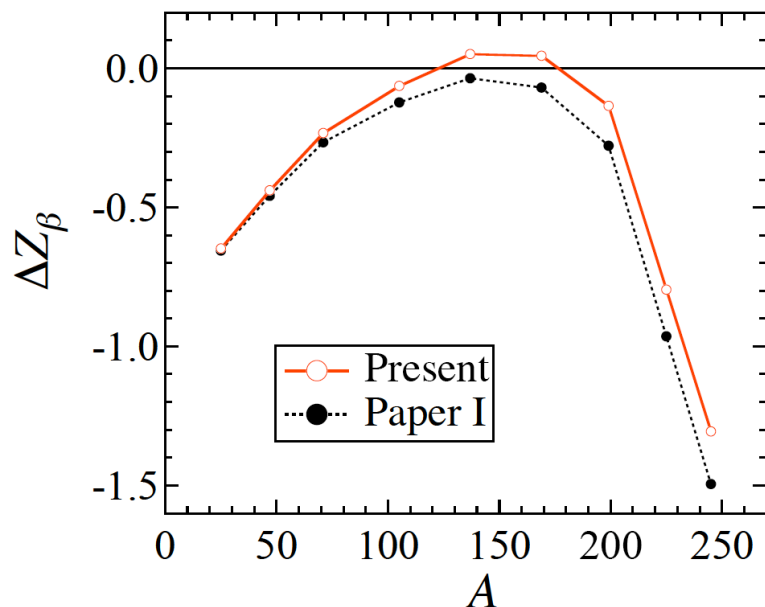
$$n_i(r) = \begin{cases} (n_i^{\text{in}} - n_i^{\text{out}}) \left[1 - (r/R_i)^{t_i} \right]^3 + n_i^{\text{out}} & \text{for } 0 \leq r \leq R_i \\ n_i^{\text{out}} & \text{for } R_i \leq r \leq R_{\text{Cell}} \end{cases}$$

($i = p, n$)

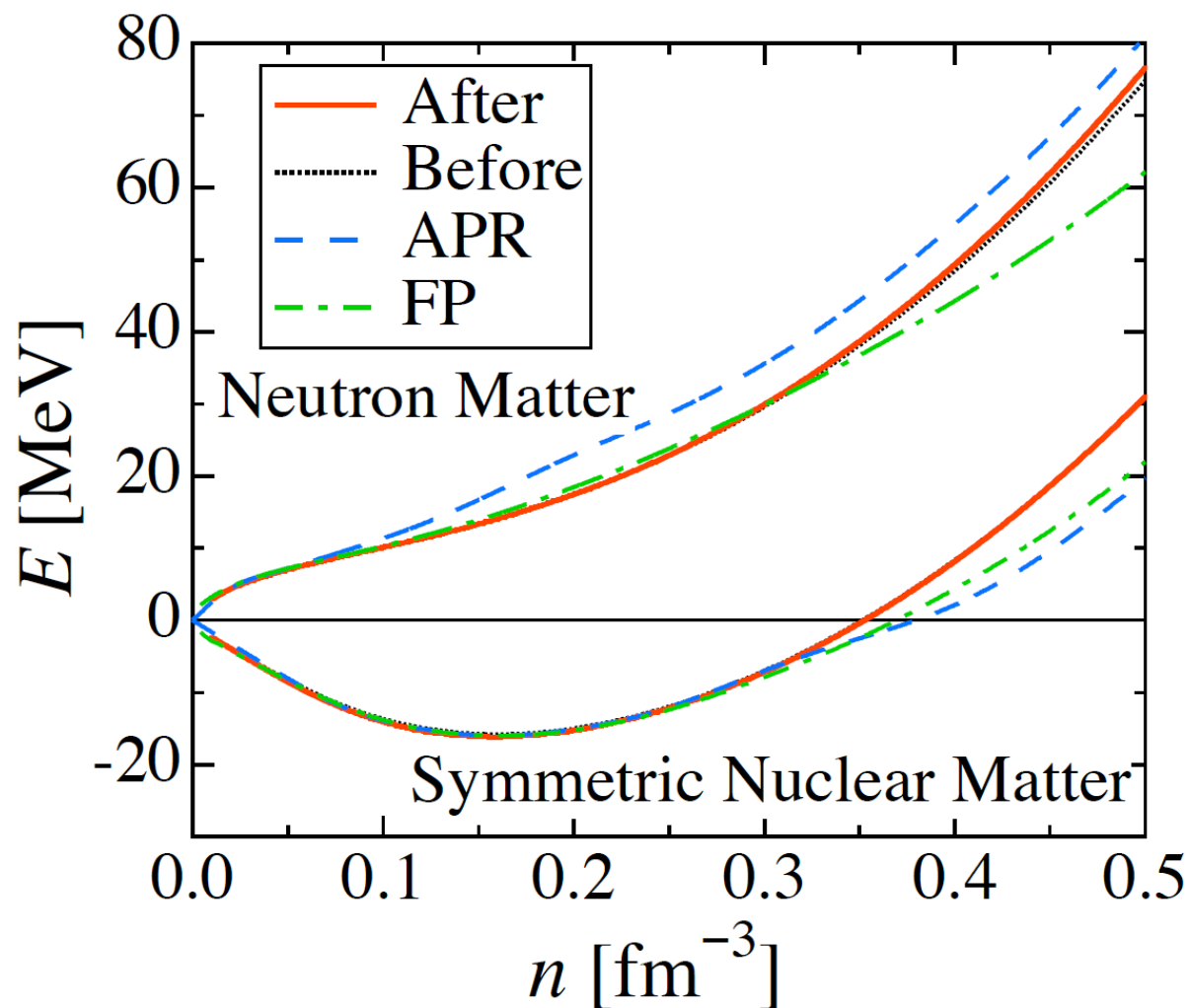
II-1. 孤立した原子核のTF計算とパラメーター調節

$$\frac{E_3}{N} = \alpha \frac{E_3^{2\pi}}{N} + \beta \frac{E_3^R}{N} + \gamma \rho^2 e^{-\delta \rho}$$

パラメーター $\alpha, \beta, \gamma, \delta$
 β 安定核に対するTF計算が
 経験値を再現するよう再決定



Kanzawa et al., in preparation



パラメター調節後のエネルギー

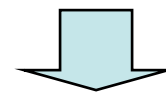
パラメター調節前

$$\rho_{\text{sat}} = 0.16 \text{ fm}^{-3}$$

$$E_{\text{sat}}/N = -15.9 \text{ MeV}$$

$$K = 250 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{sym}}/N = 29.9 \text{ MeV}$$



パラメター調節後

$$\rho_{\text{sat}} = 0.16 \text{ fm}^{-3}$$

$$E_{\text{sat}}/N = -16.1 \text{ MeV}$$

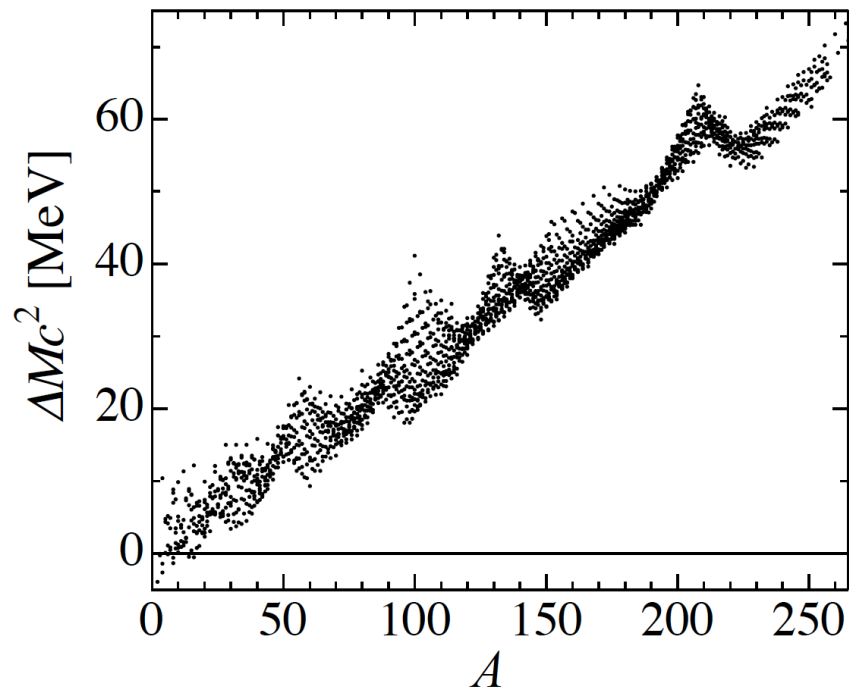
$$K = 250 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{sym}}/N = 30.0 \text{ MeV}$$

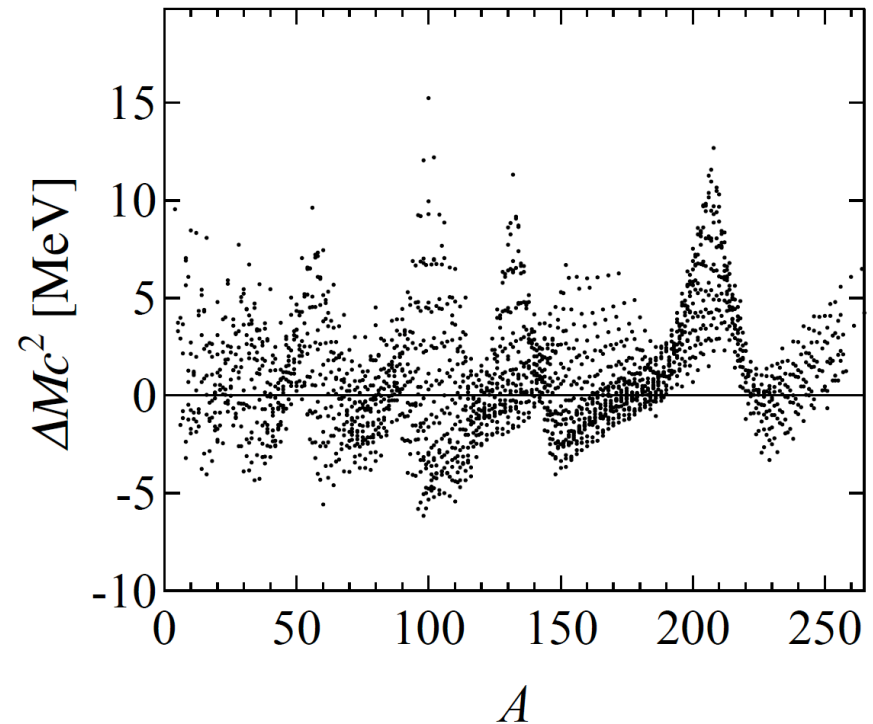
原子核質量計算

$$\Delta M = M(\text{Thomas-Fermi}) - M(\text{Experiment})$$

パラメター調節前

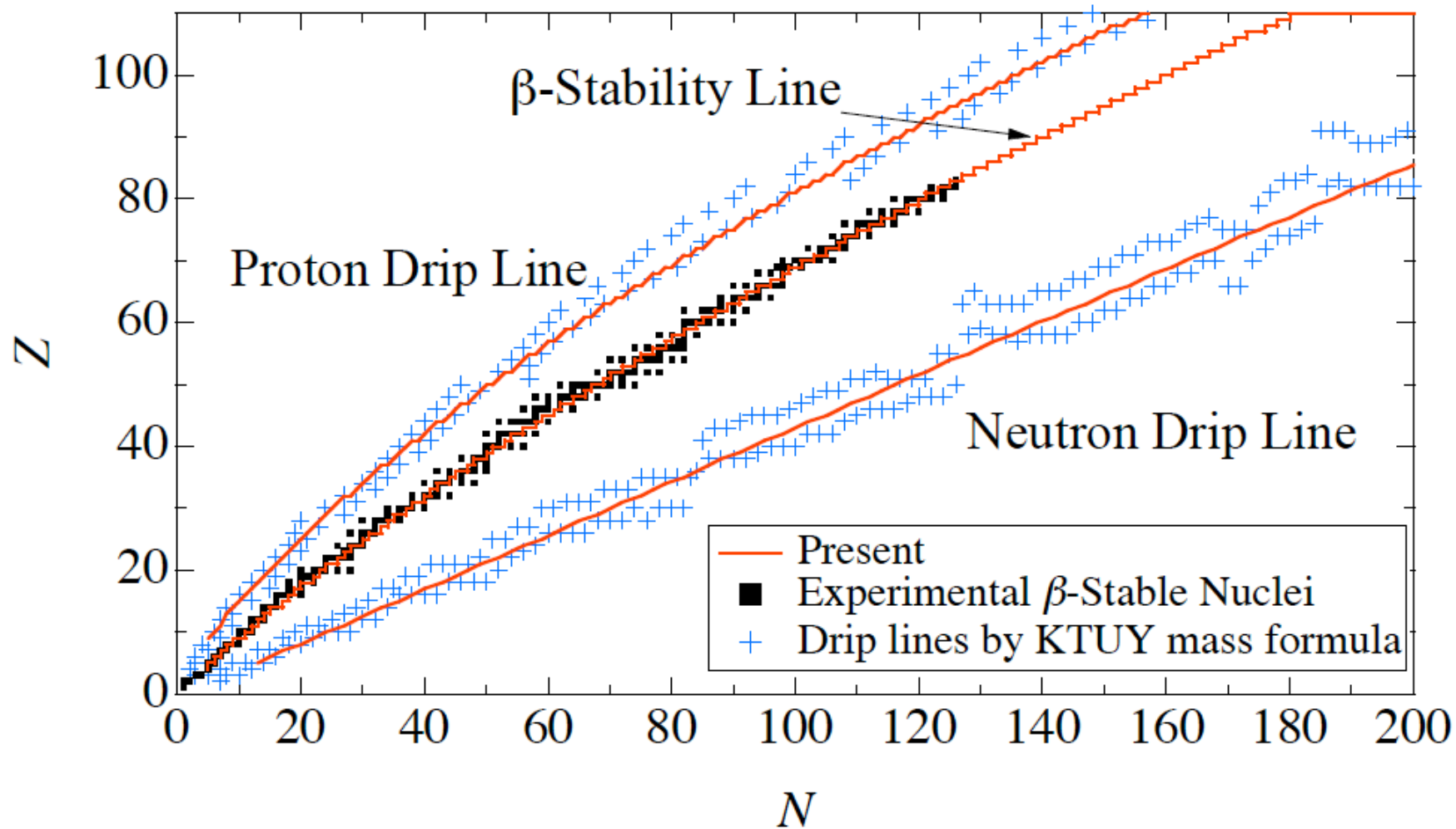


パラメター調節後



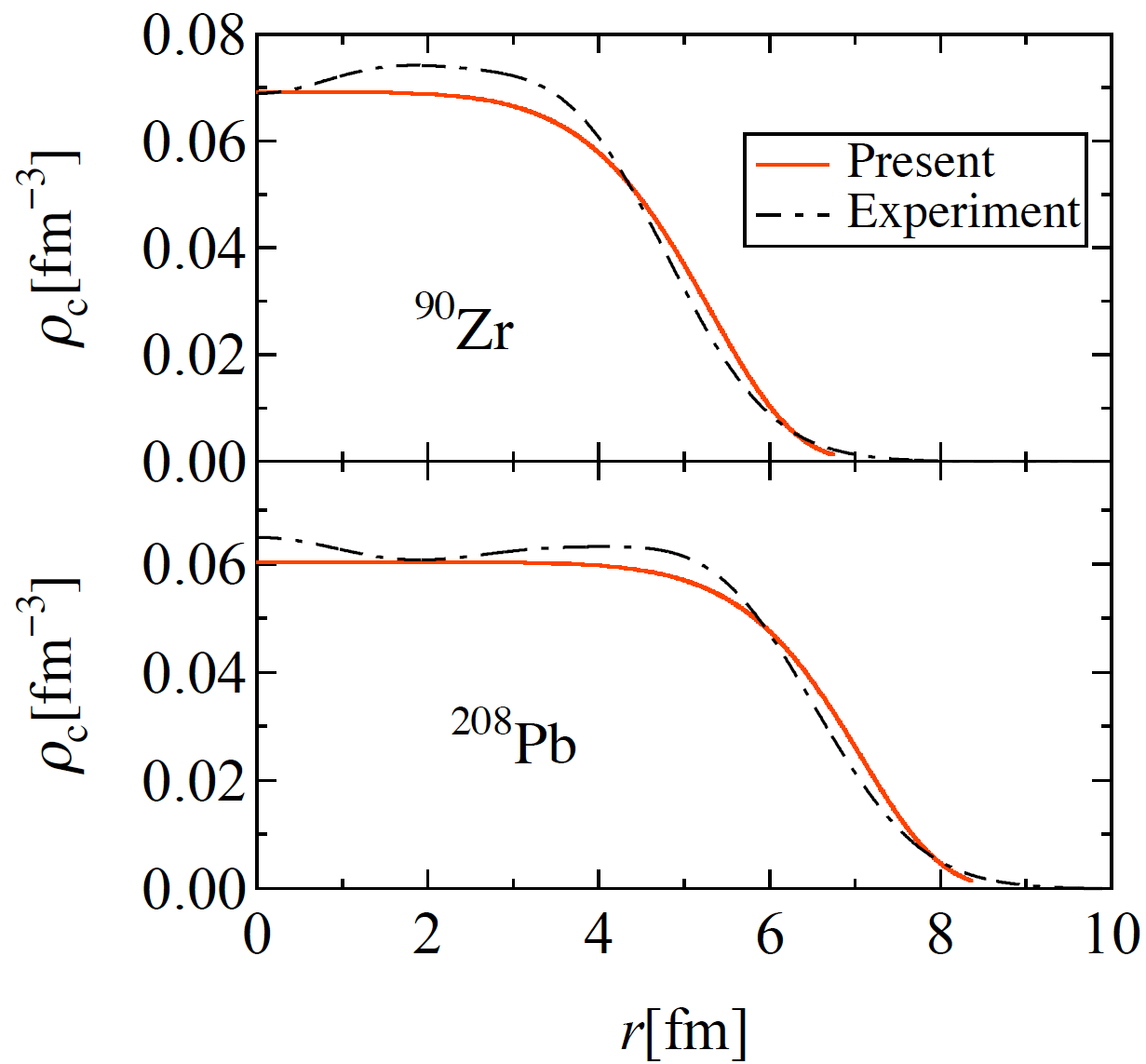
RMS deviation ~ 3 MeV: Weizcaker-Bethe質量公式と同程度

Kanzawa et al., in preparation



β 安定線:陽子中性子drip lines

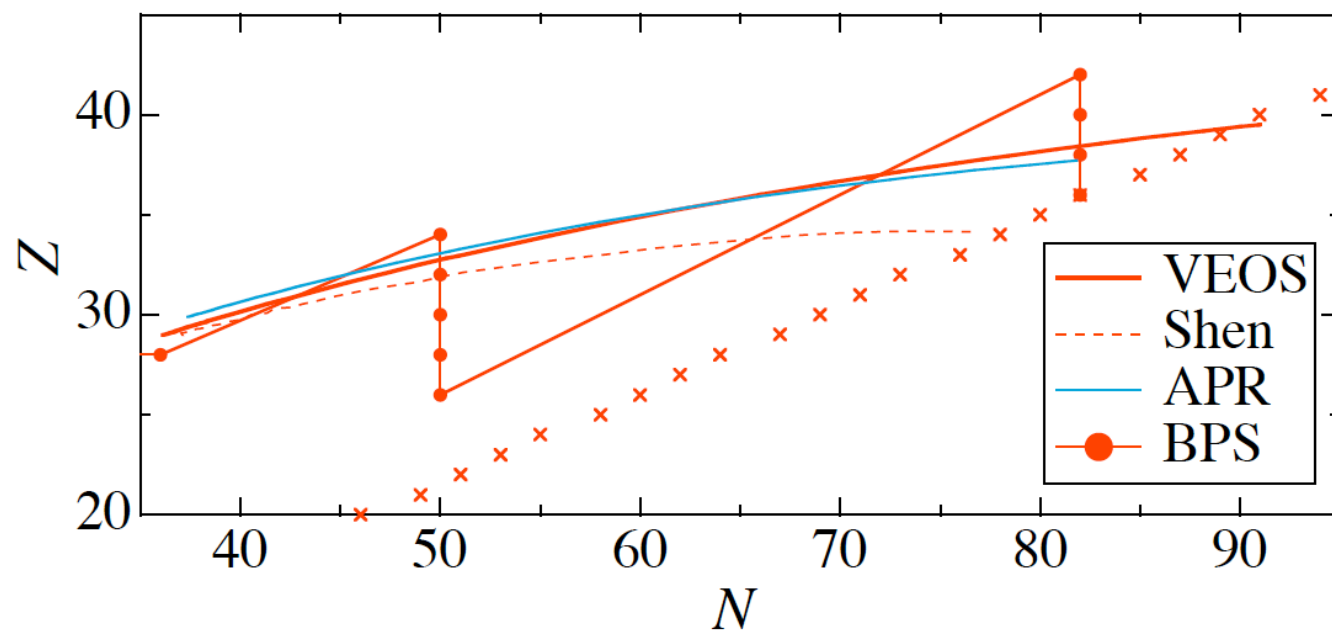
Kanzawa et al., in preparation



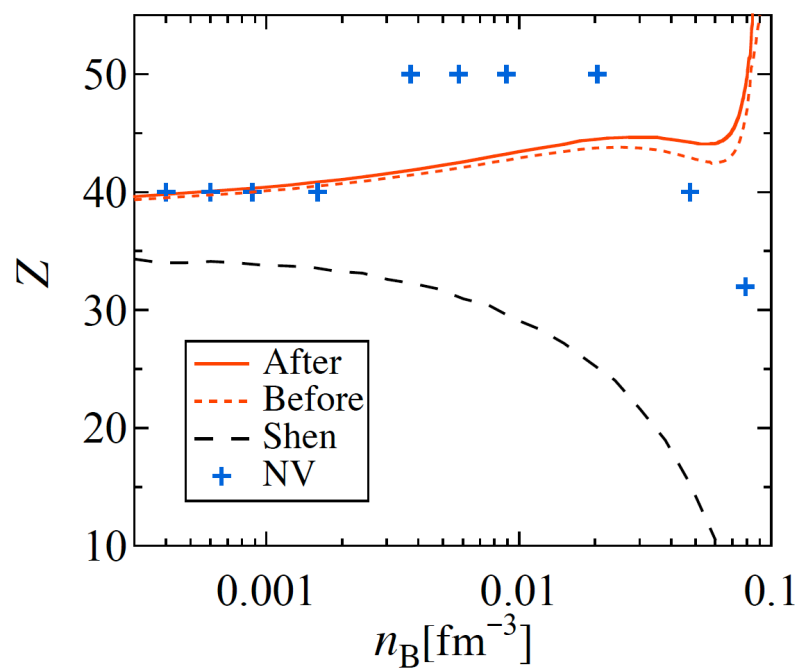
電荷分布

Kanzawa et al., in preparation

II-2. 中性子星クラスト計算



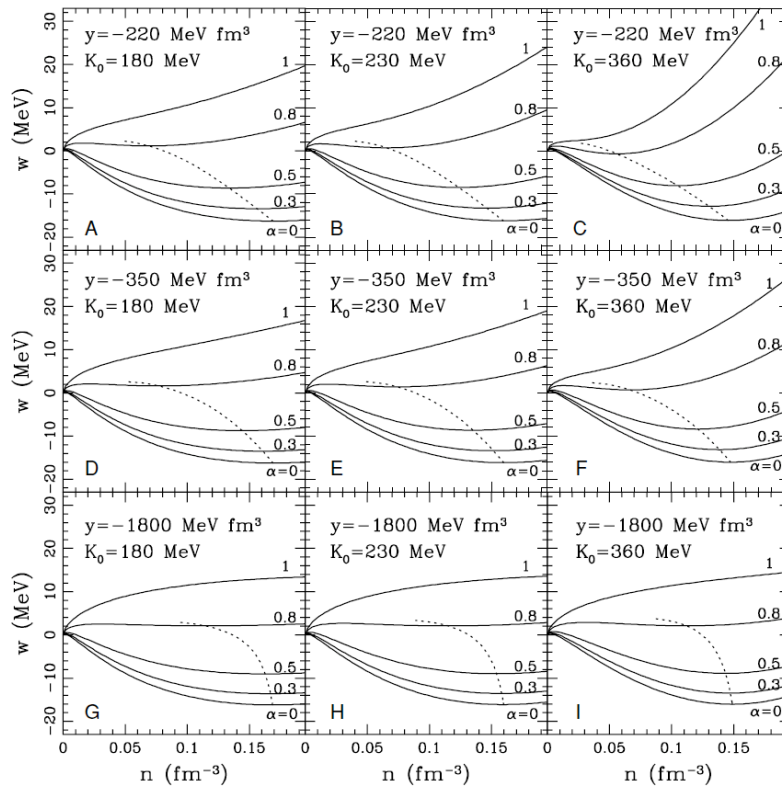
NS外殻の核種



NS内殻の核種の
原子番号

Kanzawa et al.
in preparation

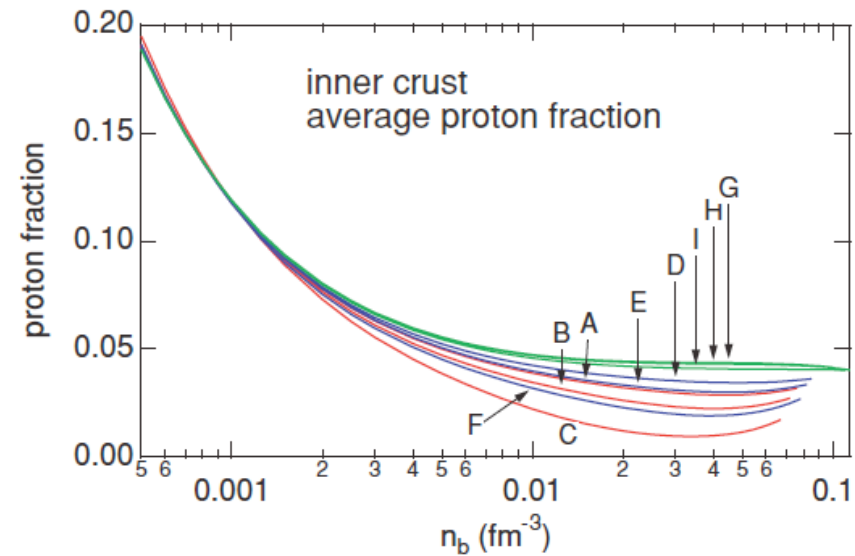
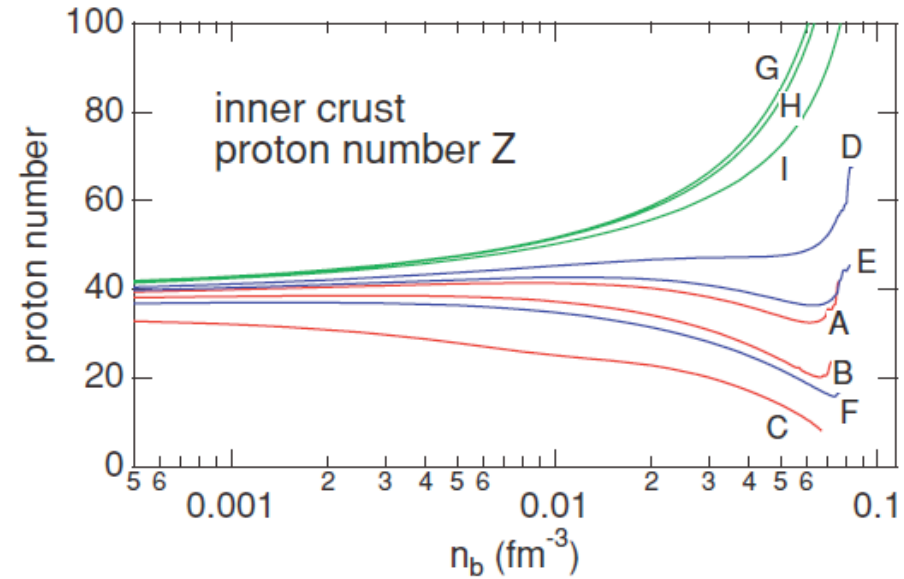
Oyamatsu-Iidaの系統的研究 PRC75 (2007) 015801



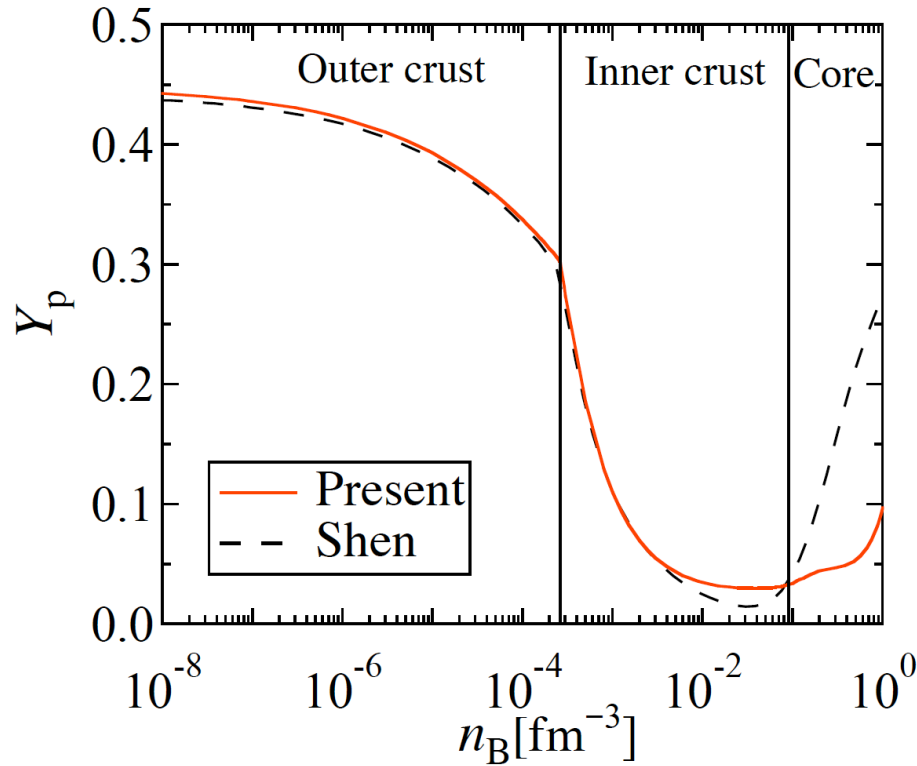
対称エネルギー密度微分 L

$$L = 3n \left. \frac{dE_{\text{sym}}(n)}{dn} \right|_{n_0}$$

$E_{\text{sym}} \rightarrow \text{大} \leftrightarrow L \rightarrow \text{大} \Rightarrow Z \rightarrow \text{小}$



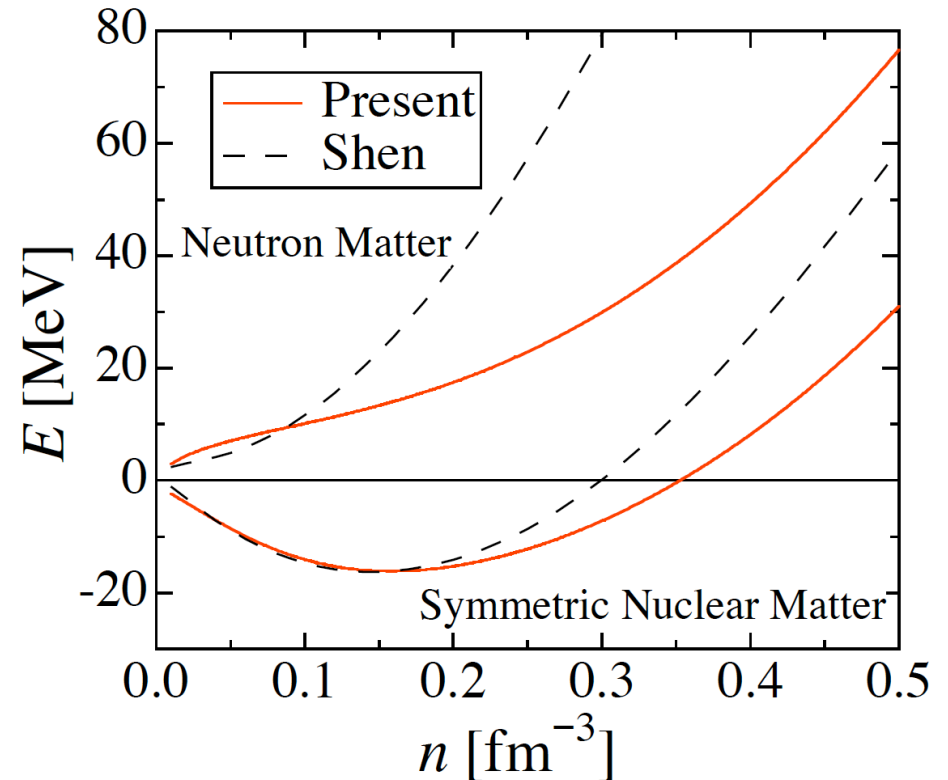
中性子星内部の陽子混在度 Y_p とEOS



Present EOS

$$E_{\text{sym}} = 30.0 \text{ MeV}$$

$$L = 34 \text{ MeV}$$



Shen-EOS

$$E_{\text{sym}} = 36.9 \text{ MeV}$$

$$L = 50 \text{ MeV}$$

Kanzawa et al., in preparation

SN-EOSテーブルまでの課題

I. 一様核物質変分計算: 有限温度非対称核物質

(m_p^*, m_n^*) について自由エネルギー最小化

II. 非一様核物質TF計算:

TF計算用: 一様核物質自由エネルギーの
 (n_B, Y_p) に関する細かいテーブル

Shen-EOSの場合 $\sim 10^6$

→ 一様核物質変分計算の精度検討、高速化

TF計算: 複数パラメーター(~ 8 個)での最小化

・ α 粒子混合、 π 混合

・高密度相転移?

III. EOSテーブル完成へ

Shen-EOSの場合 $5.1 \leq \log_{10} \rho_B (\text{g/cm}^3) \leq 15.4,$
 $0 \leq T \leq 100 \text{ MeV}, \quad 0 \leq Y_p \leq 0.56$

もっと広い範囲が必要 $\Rightarrow 10^6$ 個のオーダーのデータセット